МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Кубанский государственный аграрный университет имени И. Т. Трубилина»

Факультет прикладной информатики Кафедра экономической кибернетики

# МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ В ЭКОНОМИКЕ

## Методические указания

по контактной и самостоятельной работе для обучающихся направления подготовки

38.03.01 Экономика, направленность «Бизнес-аналитика»

Краснодар КубГАУ 2021

*Составители:* А. Г. Бурда, И. В. Затонская, В. В. Осенний, О. Ю. Франциско

**Методы оптимизации в экономике :** метод. указания по контактной и самостоятельной работе / А. Г. Бурда, [и др.]. – Краснодар : КубГАУ, 2021. – 33 с.

Методические указания содержат вопросы для самопроверки, темы рефератов, тесты, задания для самостоятельной работы, рекомендуемую литературу для изучения дисциплины «Методы оптимизации в экономике».

Предназначены для обучающихся по направлению подготовки 38.03.01 Экономика, направленность «Бизнес- аналитика».

Председатель

методической комиссии Т. А. Крамаренко

© Бурда А. Г., Затонская И. В., cоставление, 2021

© ФГБОУ ВО «Кубанский государственный аграрный университет имени

И. Т. Трубилина», 2021

## Введение

Цель и задачи освоения дисциплины «Методы оптимизации в  экономике» - формирование комплекса знаний об организационных, научных и методических основах построения и применения математических методов и моделей в планировании и прогнозировании различных процессов и уровней хозяйственного механизма, закрепление теоретических знаний о проблемах современной экономики и управления, исследуемых средствами математического моделирования, формирование практических навыков по подготовке исходных данных для проведения расчетов экономических и социально- экономических показателей, характеризующих деятельность хозяйствующих субъектов, обработке массивов экономических данных в соответствии с поставленной задачей, анализ, оценка, интерпретация полученных результатов и обоснование выводов. Методические указания охватывают все разделы дисциплины «Методы оптимизации в экономике», которые позволят получить практические навыки по использованию методов оптимизации, применяемых в экономике и финансах, закрепят базовые знания, необходимые для решения практических задач, реально возникающих в экономике.

Для самостоятельной работы по каждой теме приведены контрольные вопросы, темы рефератов, тесты, практические задания, позволяющие глубже разобраться в методике постановки и специфике применения формализованных методов решения экономических и социальных задач.

Методические указания могут быть рекомендованы для выполнения индивидуальных заданий обучающимися подготовки очной и заочной форм обучения по направлению «Экономика», направленность "Бизнес - аналитика".

**ТЕМА 1 Задача линейного программирования**

## План занятия

1. Общая задача линейного программирования. Постановка и математическая модель.

2. Задача целочисленного линейного программирования. Постановка и математическая модель.

# 3. Базовые задачи линейного программирования.

## Темы рефератов

1. Значение методов оптимизации для экономической науки и практики.
2. Классификация методов оптимизации в экономике.
3. Моделирование рыночных механизмов в условиях ограниченности ресурсов.
4. Принцип оптимальности в планировании и управлении.
5. Экономико-математическое моделирование: сфера применения.
6. Этапы экономико-математического моделирования.
7. Классификация экономико-математических методов.
8. Классификация экономико-математических моделей
9. Принцип оптимальности в планировании и управлении
10. Понятия допустимого и оптимального решения задачи линейного программирования
11. Несовместность системы ограничений задачи линейного программирования: причины, примеры, экономическая интерпретация
12. Неограниченность целевой функции задачи линейного программирования: причины, примеры, экономическая интерпретация

## Контрольные тесты

1. Метод – это:
2. подходы, пути и способы постановки и решения задачи в различных областях человеческой деятельности
3. описание особенностей задачи и условий ее решения
4. требования к условиям решения задачи
5. Построение и изучение моделей реально существующих объектов, процессов или явлений с целью получения объяснений этих явлений, а также для предсказания явлений, интересующих исследователя, называется ….моделированием.
6. Структура системы – это:
7. Распределение системы на группы элементов с указанием связей между ними
8. деление системы на части, удобное для каких-либо операций с этой системой
9. наличие подчиненности, т.е. неравноправных связей между элементами
10. Искусственно созданная система, которая отображает или способна воспроизводить основные стороны реальной системы называется…моделью
11. Неизвестное количество в модели отражают:
12. константы
13. переменные
14. ограничения
15. целевая функция
16. Способы отражений в модели условий, зависимостей и закономерностей моделируемой системы называются приемами:
17. копирования информации
18. моделирования
19. хранения информации
20. Совокупность математически сформулированных условий, налагаемых на неизвестные называется…системой ограничений
21. Любой план, удовлетворяющий системе ограничений называется:
22. допустимым
23. оптимальным
24. несовместным
25. Допустимый план, в котором целевая функция принимает минимальное или максимальное значение называется…оптимальным
26. Стандартная форма задачи линейного программирования может быть задана в виде:
27. уравнений
28. уравнений и неравенств
29. неравенств
30. К эквивалентным формам задач линейного программирования относятся:
31. каноническая и общая
32. стандартная и общая
33. каноническая, стандартная и общая
34. Математическим выражением критерия оптимальности называется
35. геометрическая функция
36. целевая функция
37. парабола
38. сеть
39. Задача математического программирования относится к типу задач линейного программирования, если:
40. целевая функция линейна;
41. ограничения линейны;
42. целевая функция и ограничения линейны и выполняются условия неотрицательности переменных
43. Задача линейного программирования называется канонической, если:
44. ограничения имеют вид равенств;
45. ограничения имеют вид неравенств типа ≥
46. ограничения имеют вид неравенств типа ≤
47. ограничения имеют вид равенств и выполняются условия неотрицательности переменных
48. Какие методы применяется для выбора наилучших, оптимальных вариантов, определяющих хозяйственные решения в сложившихся или планируемых экономических условиях:
49. экономико-математические методы
50. балансовый метод
51. метод цепных подстановок

## Задания для самостоятельной работы

1. Составьте схему классификации методов оптимальных решений по методам оптимизации функции и функционалов.

2. Составьте структурные модели базовых задач линейного и целочисленного программирования.

# ТЕМА 2 СИМПЛЕКСНЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

## План занятия

1. Общая характеристика симплекс-метода

2. Двойственные задачи линейного программирования

## Темы рефератов

1. Планирование производства с помощью задач линейного программирования
2. Формулировка и прикладное значение основной задачи производственного планирования
3. Понятия допустимого и оптимального решения задачи линейного программирования.
4. Определение оптимального плана производства продукции в условиях экономического кризиса (перепроизводства товара).
5. Производственные функции в принятии решений.

## Контрольные тесты

1. При решении задачи симплексным методом, разрешающая строка соответствует:
2. Наименьшему симплексному отношению свободных членов ограничений к коэффициентам разрешающего столбца
3. наименьшему коэффициенту индексной строки
4. наибольшему коэффициенту индексной строки
5. При решении задачи симплексным методом на max разрешающий столбец соответствует:
6. наибольшему по абсолютной величине коэффициенту индексной строки
7. наименьшему коэффициенту индексной строки
8. наибольшему коэффициенту индексной строки
9. Значение целевой функции (при решении задачи на max) в каждой новой симплексной таблице
10. уменьшается
11. увеличивается
12. не изменяется
13. Значение целевой функции (при решении задачи на min) в каждой новой симплексной таблице:
14. уменьшается
15. увеличивается
16. не изменяется
17. приближается к «0»
18. Новую симплексную таблицу начинают с заполнения
19. разрешающего столбца
20. разрешающей строки
21. начальной строки
22. индексной строки
23. Единичная матрица в симплексной таблице образуется из:
24. коэффициентов индексной строки
25. коэффициентов свободных членов
26. коэффициентов при дополнительных и искусственных переменных
27. Назовите три основных элемента математической модели оптимизационной задачи:
28. вспомогательные и дополнительные переменные
29. переменные параметры процесса
30. критерии оптимальности
31. система ограничений
32. Укажите последовательность этапов составления математической модели задачи оптимизации параметров предприятия:
33. постановка задачи
34. построение числовой модели задачи
35. определение системы ограничений и целевой функции задачи
36. решение задачи на ЭВМ и анализ результатов
37. определение системы переменных задачи

Ответ: a), e), c), b), d).

1. Решение оптимизационных задач симплекс-методом, методом потенциалов оформляют в виде:
2. матрицы (таблицы)
3. текста
4. графика
5. диаграммы
6. Укажите этапы операционного исследования:
7. постановка задачи, построение математической модели,
8. анализ решения
9. реализация решения на практике
10. решение задачи

Ответ: a), d), b), c)

11. При анализе экономических процессов с использованием оптимизационных методов и моделей в качестве максимизируемого критерия могут использоваться показатели:

а) себестоимость

б) затраты труда на управление

в) прибыль

г) выручка

12. Укажите признаки оптимального плана при решении задачи симплекс-методом на минимум целевой функции:

1. в индексной строке все коэффициенты положительные
2. в индексной строке все коэффициенты отрицательные
3. в индексной строке все коэффициенты равны нулю
4. в индексной строке все коэффициенты отрицательные или равны нулю

13. Укажите методы для расчета наилучших, оптимальных вариантов, определяющих хозяйственные решения в сложившихся или планируемых экономических условиях:

1. экономико-математические методы
2. балансовый метод
3. метод цепных подстановок
4. Определите разрешающий столбец при решении задач симплексным методом на максимум:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Сi | Хi | Вi | 2 | 3 | 5 | 0 | 0 | 0 |
| Х1 | Х2 | Х3 | Х4 | Х5 | Х6 |
| 0 | х | 6 | 1 | 2 | 3 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | х | 4 | 2 | 3 | 4 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | х | 1 | 3 | 4 | 5 | 0 | 0 | 1 |
|  Ż | 0 | -2 | -3 | -5 | 0 | 0 | 0 |

1. Х5
2. Х6
3. Х3
4. Х1

15. При анализе экономических процессов с использованием оптимизационных методов и моделей в качестве критерия минимизации могут использоваться показатели:

а) себестоимость доставки грузов

б) время доставки продукции от поставщика к потребителю

в) прибыль

г) выручка

## Задания для самостоятельной работы

Задача 1. Решите элементарную экономико-математическую задачу оптимизации использования производственных ресурсов симплексным методом на МАХ экономического эффекта.

Таблица 1 – Нормативы затрат ресурсов на единицу продукции (общие для всех вариантов)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Ресурс | ВИДЫ ПРОДУКЦИИ | Запас ресурса |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| А | 6 | 8 | 4 | 7 |  |
| В | 7 | 6 | 5 | 8 |  |
| С | 8 | 12 | 10 | 14 |  |
| Экономическийэффект |  |  |  |  | МАХ |

Таблица 2 – Запасы производственных ресурсов (по вариантам)

|  |  |
| --- | --- |
| Ресурс | Предпоследняя цифра номера зачетной книжки |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| А | 1800 | 1980 | 4000 | 3000 | 8200 | 2800 | 4200 | 3860 | 3400 | 4600 |
| В | 2400 | 3200 | 5000 | 4000 | 9000 | 3500 | 7100 | 5400 | 4250 | 5000 |
| С | 3500 | 4200 | 5050 | 6200 | 9600 | 4800 | 9080 | 6600 | 5200 | 6180 |

Таблица 3 – Экономический эффект от производства единицы продукции (по вариантам)

|  |  |
| --- | --- |
| Виды продукции | Последняя цифра номера зачетной книжки |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 24 | 24 | 15 | 6 | 12 | 4 | 16 | 32 | 22 | 14 |
| 2 | 36 | 30 | 12 | 7 | 10 | 5 | 12 | 34 | 20 | 18 |
| 3 | 45 | 42 | 25 | 8 | 15 | 8 | 20 | 42 | 32 | 25 |
| 4 | 32 | 20 | 18 | 5 | 8 | 6 | 14 | 40 | 28 | 16 |

Задача 2. Решить задачу оптимизации использования производственных ресурсов симплексным методом с искусственным базисом на МАХ экономического эффекта.

Исходные данные задачи 1 дополнить условиями по производству продукции отдельных видов:

Продукции 1-го вида произвести не менее 50 ед.; Продукции 3-го вида произвести не менее 100 ед.

**Вопросы для самопроверки**

1. Укажите основные научные дисциплины и методы, входящие в состав экономико-математических методов.
2. Назовите основные классификационные признаки экономико-математических моделей и приведите примеры моделей, входящих в ту или иную классификационную рубрику.
3. Какие задачи линейного программирования решаются симплекс - методом?
4. Основные этапы алгоритма симплекс - метода решения задач линейного программирования?
5. Назовите признаки оптимальности решения задач симплекс – методом.
6. Как определяются разрешающие элементы при определении опорного и оптимального решений задачи линейного программирования?
7. Какая последовательность решения задач линейного программирования при смешанных ограничениях и наличии свободных независимых переменных?
8. Какими способами решаются задачи линейного программирования при минимизации целевой функции?
9. Какое условие несовместности системы ограничений и какой признак неограниченности целевой функции в задачах линейного программирования?
10. По какому правилу выбираются разрешающие элементы при исключении свободных независимых переменных и строк в симплексных таблицах?

**ТЕМА 3 РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ И МЕТОДЫ ИХ РЕШЕНИЯ**

## План занятия

* 1. Транспортная задача. Постановка и математическая модель
	2. Алгоритм метода потенциалов
	3. Задача о назначениях

## Темы рефератов

1. Применение транспортных моделей в экономических задачах
2. Разработка экономико-математической модели определения оптимальных объемов производства продукции и запасов ресурсов.
3. Разработка экономико-математической модели размещения оборудования на выделенных производственных площадях. Экономический анализ оптимального целочисленного решения.

## Контрольные тесты

1. Условием разрешимости транспортной задачи является:
2. равенство тарифов
3. равенство потенциалов
4. равенство запасов и потребностей
5. равенство числа поставщиков и потребителей
6. Транспортная задача, в которой запасы равны потребностям, называется:
7. открытой
8. закрытой
9. вырожденной
10. Опорный план транспортной задачи, в котором число занятых клеток меньше, чем m+n-1 является:
11. не оптимальным
12. вырожденным
13. оптимальным
14. Построение первоначального опорного плана, при котором для заполнения выбирается клетка в левом верхнем углу таблицы, называется способом:
15. наименьшего тарифа
16. северо-западного угла (диагональным)
17. двойного предпочтения
18. диагональным

5. Условием разрешимости транспортной задачи является

1. равенство тарифов
2. равенство потенциалов
3. равенство запасов и потребностей
4. равенство числа поставщиков и потребителей
5. Опорный план транспортной задачи, в котором число занятых клеток меньше, чем m+n-1 является
6. вырожденным
7. несовместным
8. неопределенным
9. Построение первоначального опорного плана, при котором для заполнения выбирается клетка в левом верхнем углу таблицы, называется способом …
10. северо-восточного угла
11. северо-западного угла
12. юго-восточного угла
13. диагональным
14. Расчет потенциалов выполняется по следующему правилу для занятых клеток
15. Ui+Vj = Cij
16. Ui+Vj ≤ Cij
17. Ui+Vj ≥ Cij

9. Оптимальность решения распределительной задачи методом потенциалов на минимум определяется по правилу … для свободных клеток

1. Ui+Vj = Cij
2. Ui+Vj ≥Cij
3. Ui+Vj ≤Cij

10. Линейная транспортная задача закрытая, если:

1. запас меньше потребности
2. запас равен потребности
3. запас больше потребности

11. Методы «северо – западного» угла, наилучшего тарифа и двойного предпочтения используют для составления

1. начального плана транспортной задачи
2. исходной симплексной таблицы
3. платежной матрицы игры
4. оптимального плана

12. Методом решения транспортных задач является

1. графический метод
2. симплексный метод
3. метод потенциалов
4. сетевой метод

13. Определение величины перемещаемого груза

1. наименьшая из величин в занятых клетках
2. наименьшая из величин в клетках со знаком « - »
3. наибольшая из величин в занятых клетках

## Задания для самостоятельной работы

Задание 1. Решить транспортную задачу методом потенциалов или его модификациями. Критерий оптимальности минимальные затраты на транспортировку грузов.

Таблица 4 – Матрица тарифов (общая для всех вариантов)

|  |  |
| --- | --- |
| Поставщики | Потребители |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 5 | 4 | 10 | 7 | 8 |
| 2 | 7 | 6 | 7 | 10 | 6 |
| 3 | 2 | 9 | 5 | 3 | 4 |
| 4 | 6 | 11 | 4 | 12 | 5 |

Таблица 5 – Запасы ресурсов у поставщиков

|  |  |
| --- | --- |
| Поставщик | Предпоследняя цифра номера зачетной книжки |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 350 | 480 | 740 | 880 | 740 | 840 | 950 | 700 | 650 | 960 |
| 2 | 650 | 840 | 560 | 740 | 600 | 960 | 350 | 950 | 700 | 400 |
| 3 | 950 | 400 | 880 | 600 | 560 | 480 | 700 | 650 | 350 | 840 |
| 4 | 700 | 960 | 600 | 560 | 600 | 400 | 650 | 350 | 950 | 480 |

Таблица 6 – Потребности в ресурсах у потребителей

|  |  |
| --- | --- |
| Потребитель | Последняя цифра номера зачетной книжки |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 980 | 470 | 250 | 660 | 640 | 180 | 720 | 950 | 510 | 640 |
| 2 | 640 | 250 | 980 | 470 | 660 | 720 | 950 | 510 | 640 | 180 |
| 3 | 660 | 980 | 640 | 250 | 470 | 950 | 510 | 640 | 180 | 720 |
| 4 | 470 | 640 | 660 | 980 | 250 | 510 | 640 | 180 | 720 | 950 |
| 5 | 250 | 660 | 470 | 640 | 980 | 640 | 180 | 720 | 950 | 510 |

Задание 2. Оформить результат решения задачи с указанием критерия эффективности.

В задачах 1-4 распределить оборудование по объектам так, чтобы суммарное время монтажа оборудования было минимальным.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 1. 11 9 10 15 | 1 | 2. 10 | 3 3 | 5 4 |
| 17 12 13 18 | 8 | 5 | 6 3 | 4 6 |
| 9 8 15 12 | 11 | 10 | 7 6 | 6 10 |
| 6 11 13 16 | 6 | 8 | 9 1 | 11 6 |
| 12 14 14 10 | 9 | 11 | 12 8 | 8 2 |
| Сmin = 1 + 13 + 8 + 6 + 10 = 38 Сmin = 3 + 5 + 6 + 1 + 2 = 17 |
| 3. 7 | 5 | 12 | 1 | 11 | 4. | 6 | 15 | 11 | 6 | 4 |
| 6 | 6 | 13 | 6 | 10 |  | 3 | 14 | 10 | 7 | 10 |
| 10 | 2 | 13 | 7 | 12 |  | 8 | 15 | 7 | 3 | 5 |
| 6 | 7 | 11 | 3 | 5 |  | 1 | 6 | 3 | 2 | 5 |
| 6 | 4 | 4 | 5 | 7 |  | 12 | 20 | 9 | 15 | 15 |

Сmin = 1 + 6 + 2 + 5 + 4 = 18 Сmin = 4 + 3 + 3 + 6 + 9 = 25

В задачах 5-8 назначить сотрудников для выполнения работ так, чтобы суммарное время выполнения работ было минимальным.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 5. 1 | 3 | 12 | 14 | 9 | 6. | 16 | 12 | 11 | 10 | 15 |
| 4 | 4 | 9 | 12 | 10 |  | 11 | 9 | 3 | 1 | 6 |
| 7 | 1 | 15 | 10 | 12 |  | 12 | 10 | 6 | 3 | 6 |
| 3 | 4 | 10 | 17 | 7 |  | 13 | 20 | 16 | 13 | 15 |
| 4 | 6 | 12 | 10 | 10 |  | 17 | 15 | 8 | 4 | 14 |

Сmin = 1 + 1 + 1 + 10 + 10 = 23 Сmin = 11 + 6 + 1 + 13 + 4 = 35

7. 4 10 10 14 9 8. 7 11 4 12 8

11 14 12 15 9 10 14 9 12 7

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 4 | 1 | 6 | 5 | 7 | 11 10 17 5 |
| 3 | 4 | 3 | 3 | 5 | 5 | 11 9 17 8 |
| 6 | 2 | 1 | 6 | 7 | 4 | 2 5 10 1 |

Сmin = 3 + 4 + 9 + 1 + 2 = 19 Сmin = 12 + 4 + 5 + 5 + 2 = 28

В задачах 9-12 необходимо прикрепить базы к торговым точкам так, чтобы суммарное расстояние было минимальным.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 9. 9 | 13 | 2 | 11 | 12 | 10. | 8 | 16 | 7 | 6 | 6 |
| 12 | 18 | 12 | 14 | 15 |  | 6 | 18 | 9 | 12 | 10 |
| 1 | 14 | 7 | 15 | 7 |  | 1 | 10 | 9 | 3 | 6 |
| 9 | 11 | 6 | 13 | 12 |  | 3 | 12 | 8 | 2 | 10 |
| 3 | 11 | 4 | 7 | 3 |  | 11 | 14 | 15 | 13 | 11 |

Сmin = 14 + 2 + 1 + 11 + 3 = 31 Сmin = 9 + 6 + 1 + 2 + 14 = 32

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 11. 9 2 7 2 | 10 | 12. 16 9 15 5 9 |
| 14 12 13 3 | 11 | 14 16 11 11 13 |
| 12 5 | 1 | 4 | 5 | 10 17 10 6 | 12 |
| 10 3 | 9 | 1 | 4 | 9 13 10 3 | 1 |
| 7 6 | 9 | 3 | 5 | 10 10 9 1 | 7 |

Сmin = 2 + 3 + 1 + 4 + 7 = 17 Сmin = 11 + 9 + 10 + 1 + 1 = 32

В задачах 13-16 необходимо распределить станки на участки так, чтобы объем произведенной продукции был максимальным.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 13. 15 | 11 | 9 | 4 | 16 | 14. | 5 | 5 | 10 | 6 | 1 |
| 10 | 7 | 10 | 3 | 6 |  | 13 | 10 | 15 | 9 | 5 |
| 17 | 3 | 7 | 6 | 15 |  | 16 | 9 | 16 | 14 | 8 |
| 7 | 2 | 1 | 3 | 5 |  | 10 | 13 | 13 | 5 | 8 |
| 7 | 3 | 9 | 1 | 9 |  | 11 | 13 | 9 | 11 | 7 |

Сmax = 7 + 16 + 17 + 3 + 9 = 52 Сmax = 8 + 10 + 13 + 14 + 13 = 58

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 15. 11 | 17 | 13 | 15 | 11 | 16. | 5 | 11 | 5 | 7 | 10 |
| 5 | 9 | 1 | 4 | 10 |  | 6 | 13 | 1 | 9 | 15 |
| 6 | 11 | 11 | 10 | 8 |  | 2 | 3 | 4 | 10 | 11 |
| 12 | 16 | 5 | 4 | 8 |  | 14 | 14 | 7 | 16 | 11 |
| 8 | 7 | 8 | 5 | 7 |  | 5 | 12 | 6 | 11 | 13 |

Сmax = 15 + 10 + 11 + 16 + 8 = 60 Сmax = 5 + 15 + 10 + 14 + 12 = 56

В задачах 17-20 необходимо распределить менеджеров по торговым точкам так, чтобы объем продаж был максимальным.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 17. 15 | 11 | 9 | 4 | 16 | 18. | 5 | 5 | 10 | 6 | 1 |
| 10 | 7 | 10 | 3 | 6 |  | 13 | 10 | 15 | 9 | 5 |
| 17 | 3 | 7 | 6 | 15 |  | 16 | 9 | 16 | 14 | 8 |
| 7 | 2 | 1 | 3 | 5 |  | 10 | 13 | 13 | 5 | 8 |
| 7 | 3 | 9 | 1 | 9 |  | 11 | 13 | 9 | 11 | 7 |

Сmax = 7 + 16 + 17 + 3 + 9 = 52 Сmax = 8 + 10 + 13 + 14 + 13 = 58

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 19. 11 | 17 | 13 | 15 | 11 | 20. | 5 | 11 | 5 | 7 | 10 |
| 5 | 9 | 1 | 4 | 10 |  | 6 | 13 | 1 | 9 | 15 |
| 6 | 11 | 11 | 10 | 8 |  | 2 | 3 | 4 | 10 | 11 |
| 12 | 16 | 5 | 4 | 8 |  | 14 | 14 | 7 | 16 | 11 |
| 8 | 7 | 8 | 5 | 7 |  | 5 | 12 | 6 | 11 | 13 |

Сmax = 15 + 10 + 11 + 16 + 8 = 60 Сmax = 5 + 15 + 10 + 14 + 12 = 56

# ТЕМА 4 МЕТОДЫ ОПТИМАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

## План занятия

1. Задачи теории игр в экономике
2. Классификация игр

## Темы рефератов

1. Элементы теории игр в экономических задачах
2. Анализ динамики экономических процессов

## Контрольные тесты

1. Любое возможное в игре действие игрока от начала игры до её завершения называется …стратегией
2. Стратегия, которая при многократно повторяющейся игре, гарантирует одному из игроков максимально возможный выигрыш называется…оптимальной
3. По характеру взаимодействия игроков игры делятся на:
4. не коалиционные: игроки не имеют права вступать в соглашения, образовывать коалиции
5. коалиционные: противники могут вступать в переговоры
6. Для игроков игра заканчивается6
7. выигрышем
8. выигрышем, проигрышем или ничейным исходом
9. проигрышем.
10. По виду функций игры делятся на:
11. 1 матричные
12. 2 непрерывные
13. 3 выпуклые
14. 4 типа дуэлей
15. Игра с природой игра, в которой имеется:
16. два игрока
17. только один игрок
18. множество игроков
19. Критерий, который опирается на принцип наибольшей осторожности, поскольку он основывается на выборе наилучшей из наихудших стратегий это:
20. критерий Вальде
21. критерий Сэвиджа
22. критерий Гурвица
23. Критерий, использующий матрицу рисков ||rji||, элементы которой можно определить по формулам: max{Vji} - Vji, если V - выигрыш; Vji -min{Vji} , если V – потери:
24. критерий Вальде
25. критерий Сэвиджа
26. критерий Гурвица
27. Если задача имеет седловую точку, то говорят, что она решается:
28. в чистых стратегиях.
29. в смешанных стратегиях
30. графически
31. Игры, в которых интересы игроков строго противоположны, т. е. выигрыш одного игрока - проигрыш другого называются
32. Антагонистические игры
33. Симметричные игры
34. Взаимосвязанные игры
35. Игры двух лиц

## Задания для самостоятельной работы

Задание 1. Решить игру графически. Вариант выбрать по списку.

1. *А*  

 4

 7

 7

4. *А*  

 6

 7

7. *А*  

 3





9

1

9 4 



2

9



3 7 



8

1



8 2 

2. *А*  

 1

 8



5. 5

*А*  

 2

 8

8. *А*  

 3





7

3

5 2 



1

2



3 8 



2

7



5 8 

 4 

*А*   

1

3. 9

 1 3 9 

 3 

7

6. 8

*А*   

 6 9 8 

 8 

4

9. 2

*А*   

 7 1 3 

10.

13.

1 6 

*А*   

2

 9 1 8 

 1 9 

2

*А*   

 9 4 7 

14.

 3

*А*  

 9

 6

*А*  

 2





5

9

5 7 



3

2



8 4 

15.

 6

*А*  

 7

 5

*А*  

 3





2

8

2 9 



1

3



8 9 

Задание 2

 Таблица 7

|  |  |
| --- | --- |
| №варианта | Значения параметров |
| A | B | C | D | E | K | M | N | α |
| 1 | 5 | 25 | 10 | 40 | 1220 | 550 | 410 | 930 | 0.4 |
| 2 | 10 | 35 | 18 | 80 | 1370 | 530 | 450 | 970 | 0.6 |
| 3 | 7 | 28 | 12 | 55 | 1340 | 490 | 430 | 950 | 0.3 |
| 4 | 12 | 40 | 22 | 95 | 1430 | 510 | 460 | 920 | 0.7 |
| 5 | 15 | 42 | 28 | 115 | 1460 | 570 | 470 | 980 | 0.5 |
| 6 | 9 | 32 | 15 | 70 | 1310 | 560 | 440 | 990 | 0.4 |
| 7 | 11 | 38 | 20 | 85 | 1390 | 580 | 465 | 960 | 0.3 |
| 8 | 13 | 41 | 24 | 105 | 1510 | 605 | 475 | 910 | 0.7 |
| 9 | 6 | 26 | 11 | 50 | 1480 | 590 | 480 | 940 | 0.6 |
| 10 | 8 | 30 | 14 | 60 | 1550 | 600 | 490 | 880 | 0.5 |
| 11 | 5 | 25 | 10 | 40 | 1220 | 550 | 410 | 930 | 0.4 |
| 12 | 10 | 35 | 18 | 80 | 1370 | 530 | 450 | 970 | 0.6 |
| 13 | 7 | 28 | 12 | 55 | 1340 | 490 | 430 | 950 | 0.3 |
| 14 | 12 | 40 | 22 | 95 | 1430 | 510 | 460 | 920 | 0.7 |
| 15 | 15 | 42 | 28 | 115 | 1460 | 570 | 470 | 980 | 0.5 |

Решить игру с природой, используя данные таблицы 7.

Фирма производит пользующиеся спросом детские платья и костюмы, реализация которых зависит от состояния погоды.

Затраты фирмы в течение апреля-мая на единицу продукции составили: платья – А ден. ед., костюмы – В ден. ед. Цена реализации составляет С и D ден. ед. соответственно.

По данным наблюдений за несколько предыдущих лет, фирма может реализовать в условиях теплой погоды E платьев и K костюмов, а при прохладной погоде – M платьев и N костюмов.

В связи с возможными изменениями погоды определить стратегию фирмы в выпуске продукции, обеспечивающую ей максимальный доход от реализации продукции.

Задачу решить с использованием критериев игр с «природой», приняв степень оптимизма α.

**Вопросы для самопроверки**

1. Какие игры называются стратегическими?
2. Какие стратегии называются чистыми; активными; оптимальными?
3. Что определяет матричную игру в смешанных стратегиях?
4. Какие матричные игры можно решать графическим методом?
5. Как упрощаются платежные матрицы?
6. Как определяется верхняя и нижняя граница игры?
7. Как определяется цена игры?
8. Что указывают правила игры?
9. Какие действия игроков называются ходами?
10. Для чего служит функция выигрыша?
11. На какие виды подразделяются игры в зависимости от интересов участников?
12. Какую игру называют игрой с нулевой суммой?
13. Какая стратегия игрока называется оптимальной?
14. Какие величины называют нижней и верхней ценами игры?
15. Какие оптимальные стратегии называют чистыми?

# ТЕМА 5 МЕТОДЫ СЕТЕВОГО ПЛАНИРОВАНИЯ

## План занятия

1.Общая характеристика и область применения сетевых моделей и методов.

2.Параметры сетевой модели и их вычисление

## Темы рефератов

1. Графы в задачах управления экономическими системами
2. Разновидности графов
3. Способы задания графов
4. Основные элементы сетевого планирования и управления
5. Методы оптимизации сетевых графиков

## Контрольные тесты

1. Момент завершения какого-либо процесса, отражающий отдельный этап выполнения проекта называется…событием
2. Последовательность работ, в которой конечное событие каждой работы совпадает с начальным событием следующей заней работы называется…путь
3. Наиболее продолжительным на сетевом графике является:

a) полный путь

1. критический
2. резерв времени
3. Процесс, требующий для своего осуществления материальных и трудовых затрат называется…работой
4. Момент завершения какого-либо процесса, отражающий отдельный этап выполнения проекта, называется…
5. событием
6. сообщением
7. решением
8. Последовательность работ, в которой конечное событие каждой работы совпадает с начальным событием следующей за ней работы называется…
9. путь
10. отрезок
11. цепь
12. Наиболее продолжительный путь на сетевом графике называется …
13. критическим
14. общим
15. резервным

8. Процесс, требующий для своего осуществления материальных

и трудовых затрат называется …

1. работой
2. заказом
3. событием
4. Работа, требующая затрат времени, но не требующая затрат ресурсов называется…
5. ожиданием
6. резервом
7. заказом

9. По формуле определяют:

1. критический путь
2. резерв времени пути
3. ранний срок начала работы
4. ранний срок окончания работы

10. По формуле определяют

1. критический путь
2. резерв времени события
3. ранний срок начала работы
4. ранний срок окончания работы
5. Не имеет резервов времени событие:
6. критическое
7. исходное
8. конечное
9. начальное
10. На рисунке представлен фрагмент:
11. симплексной таблицы
12. сетевого графика
13. графикацелевой функции
14. Всем событиям на сетевом графике присваивается определённый номер, который проставляется:
15. над стрелкой
16. под стрелкой
17. внутри кружка

## Задания для самостоятельной работы

Задание 1. Продавец с базы производителя (точка А) должен развести товар в магазины В, С и Д (схема расположения базы и магазинов представлена на рис.1), расстояния между которыми равны: АВ = 11 км АС = 13 км АД =17 км ВС = 6 км ВД = 9 км СД = 10 км

Требуется найти самый короткий маршрут движения продавца с товаром из точки А, через магазины В, С и Д, и возвращения на базу А.

 А В

 С Д

Рисунок 1

Задание 2. Рассчитайте временные параметры событий, работ и путей для сетевого графика рис. 2.

Рисунок 2

Задание 3. Выполните упорядочение и оптимизацию сетевого графика на рис.2, используя расчеты предыдущего задания.

# ТЕМА 6 ДИНАМИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

## План занятия

1. Общая постановка задачи динамического программирования
2. Принцип оптимальности и уравнение Беллмана

## Темы рефератов

* 1. Динамическое программирование и его задачи
	2. Общие уравнения алгоритма, реализующие принцип Беллмана в задачах динамического программирования

|  |
| --- |
| 1. Применение элементов теории графов в экономике.
 |
| 1. Оптимальное управление динамическими системами.
 |
| 1. Применение транспортных моделей в экономических задачах.
 |
| 1. Планирование производства с помощью задач линейного программирования.
 |
| 1. Принципы построения задач управления запасами.
 |
| 1. Производственные функции в принятии решений.
 |
| 1. Уравнение Беллмана и его интерпретация.
 |
| 1. Постановка задачи оптимизации производственной программы предприятия.
 |
|  |

## Контрольные тесты

1. Раздел математического программирования, в котором процесс принятия решения и управления может быть разбит на отдельные этапы (шаги) называется:
2. нелинейное программирование
3. линейное программирование
4. дискретное программирование
5. динамическое программирование
6. Множество состояний системы, которые она последовательно проходит в своем развитии (движении) называется… траектория
7. Воздействие на систему, переводящее ее из одного состояния в другое называется …управлением
8. Динамическое программирование характеризует многошаговые методы решения задач, которые могут быть отнесены к специальным классам задач:
9. линейного и нелинейного программирования
10. выпуклого программирования
11. нелинейного программирования
12. линейного программирования
13. Для решения задачи динамического программирования используется:
14. принцип максимума Понтрягина
15. принцип симметрии
16. принцип оптимальности Беллмана
17. К задачам динамического программирования относится:
18. задача минимизации расхода горючего при наборе самолетом высоты и скорости
19. задача коммивояжера
20. задача о назначениях
21. задача нахождения кратчайшего расстояния по заданной сети
22. задача распределения инвестиций
23. транспортная задача линейного программирования
24. задача оптимального раскроя
25. задача о рационе
26. задача планирования замены оборудования
27. задача управления запасами

## Задания для самостоятельной работы

Задача 1. Решить задачу методом динамического программирования, используя метод прямой или обратной прогонки. Для модернизации предприятий фирма инвестирует средства в объеме 250 млн руб. с дискретностью 50 млн руб.

Найти такое распределение инвестиций между предприятиями, которое обеспечивало фирме максимальный прирост выпуска продукции, причем на одно предприятие можно осуществить только одну инвестицию.

Таблица 8 – Прирост выпуска продукции на предприятиях

|  |  |
| --- | --- |
| Инвестици и, млн. руб. | Прирост выпуска продукции, млн.руб. |
| Предприятие № 1 | Предприятие № 2 | Предприятие № 3 | Предприятие № 4 |
| 50 | а11 | а12 | а13 | а14 |
| 100 | а21 | а22 | а23 | а24 |
| 150 | а31 | а32 | а33 | а34 |
| 200 | а41 | а42 | а43 | а44 |
| 250 | а51 | а52 | а53 | а54 |

Варианты для самостоятельной работы

1

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а11 | 5 | а33 | 21 |
| а12 | 7 | а34 | 19 |
| а13 | 6 | а41 | 33 |
| а14 | 4 | а42 | 34 |
| а21 | 9 | а43 | 32 |
| а22 | 10 | а44 | 35 |
| а23 | 8 | а51 | 38 |
| а24 | 11 | а52 | 39 |
| а31 | 21 | а53 | 40 |
| а32 | 20 | а54 | 41 |
|  | f = 42 (0, 50, 0, 200) |

Ответ

2

Ответ

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а11 | 8 | а33 | 22 |
| а12 | 10 | а34 | 23 |
| а13 | 7 | а41 | 31 |
| а14 | 10 | а42 | 38 |
| а21 | 13 | а43 | 29 |
| а22 | 12 | а44 | 30 |
| а23 | 14 | а51 | 39 |
| а24 | 13 | а52 | 40 |
| а31 | 22 | а53 | 38 |
| а32 | 21 | а54 | 41 |
|  | f = 48 (0, 200, 0, 50) |

3 4

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а11 | 11 | а33 | 22 |
| а12 | 12 | а34 | 25 |
| а13 | 10 | а41 | 32 |
| а14 | 11 | а42 | 31 |
| а21 | 16 | а43 | 32 |
| а22 | 15 | а44 | 30 |
| а23 | 17 | а51 | 40 |
| а24 | 14 | а52 | 39 |
| а31 | 23 | а53 | 40 |
| а32 | 24 | а54 | 38 |
| Ответ | f = 51(50, 50, 100, 0)  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а11 | 10 | а33 | 20 |
| а12 | 9 | а34 | 21 |
| а13 | 7 | а41 | 33 |
| а14 | 8 | а42 | 34 |
| а21 | 15 | а43 | 31 |
| а22 | 16 | а44 | 32 |
| а23 | 13 | а51 | 42 |
| а24 | 14 | а52 | 39 |
| а31 | 24 | а53 | 41 |
| а32 | 22 | а54 | 40 |
| Ответ | f = 44 (50, 200, 0, 0) ( |

5

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а11 | 12 | а33 | 21 |
| а12 | 13 | а34 | 22 |
| а13 | 11 | а41 | 34 |
| а14 | 11 | а42 | 33 |
| а21 | 17 | а43 | 35 |
| а22 | 15 | а44 | 34 |
| а23 | 16 | а51 | 44 |
| а24 | 18 | а52 | 41 |
| а31 | 23 | а53 | 43 |
| а32 | 25 | а54 | 44 |
|  | f = 54 (50, 50, 50, 100) |

Ответ 7

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а11 | 22 | а33 | 42 |
| а12 | 23 | а34 | 40 |
| а13 | 24 | а41 | 52 |
| а14 | 21 | а42 | 53 |
| а21 | 31 | а43 | 51 |
| а22 | 30 | а44 | 53 |
| а23 | 32 | а51 | 63 |
| а24 | 30 | а52 | 64 |
| а31 | 43 | а53 | 65 |
| а32 | 40 | а54 | 66 |
|  | f = 99 (50, 50, 50, 100) |

Ответ

6

Ответ 8

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а11 | 21 | а33 | 40 |
| а12 | 20 | а34 | 41 |
| а13 | 22 | а41 | 51 |
| а14 | 23 | а42 | 52 |
| а21 | 30 | а43 | 53 |
| а22 | 28 | а44 | 50 |
| а23 | 31 | а51 | 63 |
| а24 | 29 | а52 | 63 |
| а31 | 42 | а53 | 60 |
| а32 | 41 | а54 | 64 |
|  | f = 95 (50, 50, 100, 50) |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а11 | 23 | а33 | 42 |
| а12 | 24 | а34 | 41 |
| а13 | 25 | а41 | 53 |
| а14 | 22 | а42 | 52 |
| а21 | 32 | а43 | 54 |
| а22 | 31 | а44 | 55 |
| а23 | 33 | а51 | 74 |
| а24 | 35 | а52 | 72 |
| а31 | 44 | а53 | 71 |
| а32 | 43 | а54 | 73 |
|  | f = 107 (50, 50, 50, 100) |

Ответ

# СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Методы оптимизации : учебное пособие / Е. К. Ершов, И. И. Кораблёва, Э. Е. Пак, С. И. Прокофьева. — Санкт-Петербург : Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2016. — 89 c. — ISBN 978-5-9227-0597-4. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS :— URL: https://www.iprbookshop.ru/epd-reader?publicationId=63634
2. Жидкова, Н. В. Методы оптимизации систем : учебное пособие / Н. В. Жидкова, О. Ю. Мельникова. — Саратов : Ай Пи Эр Медиа, 2018. — 149 c. — ISBN 978-5-4486-0257-3. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: https: https://www.iprbookshop.ru/epd-reader?publicationId=72547
3. Сдвижков, О. А. Практикум по методам оптимизации : учебное пособие / О. А. Сдвижков. - Москва : Вузовский учебник : ИНФРА-М, 2020. - 231 с. - ISBN 978-5-9558-0372-2. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/read?id=355753. –
4. [Методические рекомендации «Интерактивные задания](https://edu.kubsau.ru/mod/resource/view.php?id=3700) [по теории и методам принятия оптимальных решений в](https://edu.kubsau.ru/mod/resource/view.php?id=3700) [экономике». О.Ю. Франциско, И.В. Затонская. 2016 г.](https://edu.kubsau.ru/mod/resource/view.php?id=3700)
5. Задачник "Исследование операций". А.Г. Бурда, Г.П. Бурда, В.В. Осенний, И.В. Затонская. 2017 г.
6. Бережная Елена Викторовна Бережной Владимир Иванович Методы и модели принятия управленческих решений: учеб. пособие / Е.В. Бережная, В.И. Бережной. — М.: ИНФРА- М, 2017. — 384 с.
7. Кремер Н. Ш. Исследование операций в экономике. [Электронный ресурс]: Учебник для академического бакалавриата / Н. Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин, М.Н. Фридман; под. ред. Н.Ш. Кремера. ЭБС Юрайт. - 3-е изд., пер. и доп. –М.: Издательство Юрайт, 2019 – Режим доступа: [https://www.biblio-online.ru/viewer/issledovanie-operaciy-v-](https://www.biblio-online.ru/viewer/issledovanie-operaciy-v-ekonomike-431708%23page/2) [ekonomike-431708#page/2](https://www.biblio-online.ru/viewer/issledovanie-operaciy-v-ekonomike-431708%23page/2) – Загл. с экрана.

ОГЛАВЛЕНИЕ

[ВВЕДЕНИЕ 3](#_TOC_250003)

ТЕМА 1 Задача линейного программирования 4

ТЕМА 2 СИМПЛЕКСНЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ 7

ТЕМА 3 РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ И МЕТОДЫ ИХ РЕШЕНИЯ 12

[ТЕМА 4 МЕТОДЫ ОПТИМАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ](#_TOC_250002)

[В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ 1](#_TOC_250002)7

ТЕМА 5 МЕТОДЫ СЕТЕВОГО ПЛАНИРОВАНИЯ 20

[ТЕМА 6 ДИНАМИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ](#_TOC_250001) 25

[СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ 3](#_TOC_250000)2

# МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ В ЭКОНОМИКЕ

*Методические указания*

*Составители***: Бурда** Алексей Григорьевич,

**Затонская** Ирина Викторовна, Осенний Виталий Витальевич и др.

Подписано в печать \_.\_.\_. Формат 60 ×84 1/16.

Усл. печ. л. – 1,9. Уч.-изд. л. – 1,5.

Кубанский государственный аграрный университет.

350044, г. Краснодар, ул. Калинина, 13