МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Кубанский государственный аграрный
университет имени И.Т. Трубилина»

Факультет гидромелиорации

Кафедра сопротивления материалов

РАСЧЕТ БАЛКИ-СТЕНКИ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ

Методические указания

Краснодар

КубГАУ

2020

Составители: В. А. Дробот, П. Г. Пасниченко

Расчет балки-стенки методом конечных разностей : метод. указания к выполнению расчетно-графических работ / сост. В. А. Дробот, П. Г. Пасниченко – Краснодар : КубГАУ, 2020. – 15 с.

В методическом указании изложены теоретические основы, а также практические указания по выполнению расчетно-проектировочной работы. Приводится методика преобразования реальной конструкции к рамной аналогии, связь изгибающих моментов с напряжениями, определение нормальных и касательных напряжений в балке-стенке.

Издание предназначено для обучающихся по специальности 08.05.01 Строительство уникальных зданий и сооружений.

Рассмотрено и одобрено кафедрой сопротивления материалов, протокол № 6 от 03.02.2020.

ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Элемент конструкции, установленный на опоры, выполняющий одновременно функции и балки и стенки, называется балкой-стенкой.

Обычно балка-стенка имеет форму прямоугольника, отношение сторон которого меньше четырех, а толщина меньше одной десятой высоты. Действующие на балку-стенку внешние нагрузки и возникающие в опорных закреплениях реактивные напряжения распределены равномерно по толщине её.

Для расчета балки-стенки используют бигармоническое уравнение плоской задачи:

$$\Delta^{4}\varphi=\frac{d^4\varphi}{dx^4}+2\frac{d^4\varphi}{dy^2dx^2}+\frac{d^4\varphi}{dy^4}$$

Причем данное уравнение интегрируется приближенно методом конечных разностей. Для этого задания область определения функции заменяется сеточной областью. При расчетах чаще всего используют квадратную сетку$\lambda_x=\lambda_y$. Тогда бигармонический оператор заменяется соответствующим конечно-разностным:

$$\Delta^{4}\varphi=20\,\varphi_i - 8(\varphi_a+\varphi_b+\varphi_c+\varphi_d)+2(\varphi_e+\varphi_f+\varphi_g+\varphi_h)+(\varphi_k+\varphi_l+\varphi_m+\varphi_n)=0$$

Это уравнение содержит значения функции напряжений в 13 точках, расположенных в определенном порядке на сетке вокруг центральной точки. Заменив значения функции на контуре балки-стенки изгибающим моментом в некоторой системе, стержни которой расположены по контуру заданной стенки и выразив функцию законтурных точек через функцию внутренней точки и продольную силу в стержнях условной стержневой системы (рамы), можно составить приведенное выше линейное алгебраическое уравнение в конечных разностях для каждой внутриконтурной точки. Таким образом, вместо одного дифференциального уравнения в частных производных четвертого порядка получается система линейных алгебраических уравнений. Её решение на ЭВМ дает значение функции напряжения во внутренних узлах сеточной области. Зная их, нетрудно подсчитать напряжения:

$$\sigma_x=\frac{d^2\varphi}{dy^2}=\frac{\varphi_a-2\varphi_i+\varphi_c}{\lambda_y^2};\sigma_y=\frac{d^2\varphi}{dx^2}=\frac{\varphi_b-2\varphi_i+\varphi_d}{\lambda_x^2};\quad \sigma_{xy}=\frac{d^2\varphi}{dxdy}=\frac{\varphi_l-\varphi_f+\varphi_g-\varphi_h}{4\lambda_x\lambda_y};$$

Проверку правильности определения напряжений выполняют по условию равновесия сечений, для которых построены опоры напряжений.

$\sum x=0 \qquad \sum y=0 \qquad \sum M_{\text{лев}}=0$

Для облегчения выполнения расчетно-проектировочного задания ниже приводится пример расчета балки-стенки. Расчет выполняют для балки-стенки единичной толщины.

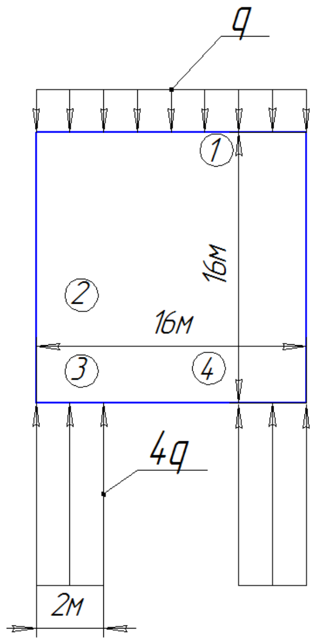

Рис.1

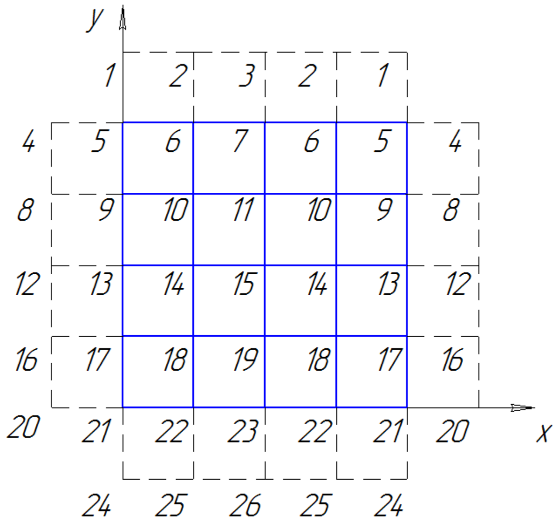

Рис.2

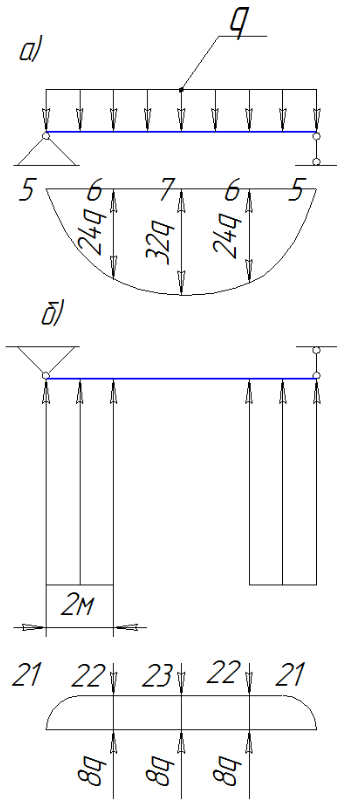

Рис.3

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ПРИ ПОМОЩИ КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ

Требуется рассчитать железобетонную балку-стенку (рис. 1). Длина и высота по 16 м, опорами служат пилоны шириной 2 м, вверху приложена равномерно распределенная нагрузкаq. Примем во внимание только эту нагрузку; собственного веса балки-стенки учитывать не будем.

Толщина балки-стенки в расчеты не входит; напряжения будем определять на единицу длины или высоты. Реакции пилонов будем считать равномерно распределенными интенсивностью $4q$.

Для того, чтобы только продемонстрировать приемы расчета, ограничимся редкой сеткой, принимая$\lambda x = \lambda y = 4$м(рис. 2).

Углы сетки контурные и внеконтурные, занумеруем с учетом симметрии. Начало координат примем в левом нижнем углу.

а) Значения функции φна контуре

Начнем с верхнего края (участок 1; участки на рис. 1 указаны в кружках), затем перейдем к боковой стороне (участок 2), наконец к нижнему краю (участки 3 и 4).

<u>Участок 1</u>

Заменяя верхний край балки-стенки свободно лежащей балкой пролетом 16 м, найдем изгибающие моменты в ней.

φ= M = $\frac{qx(l-x)}{2}$ = $q(8x - \frac{x^2}{2})$

Эпюра моментов приведена на рис. 3а

Приравнивая φмоментам, получим:

φ_5 =0;
φ_6 =24q;
φ_7 = 32q.

Найдем производную

$\frac{d\varphi}{dx}$ =q(8-x)

На левой опоре (точка 5) при x=0

$\frac{d\varphi}{dx}$ =8q

Другую производную$\frac{d\varphi}{dy}$получим, применяя формулу:

τ_{xy}= - $\frac{d^2\varphi}{dxdy}$

По контуруτ_{xy}=0, поэтому

$\frac{d^2\varphi}{dxdy} = 0$

Интегрируем

$\frac{d\varphi}{dy}$ =*f(y)*=C_1

поскольку для верхнего края *f(y)* не зависит от*y*,

Величину C_1 найдем позже из условия равенства производных в углу (в точке 5).

<u>Участок 2</u>

Здесь нагрузки нет. Значитфункцияφ должна изменяться по закону прямой. Но поскольку φ_5=0 и даже φ_{21}=0, следует принять

$$\varphi_5 = \varphi_9 = \varphi_{13} = \varphi_{17} = \varphi_{21} = 0$$

Производная
$\frac{d\varphi}{dy} = 0$

Из равенства производных в месте сопряжения участков 1 и 2 в верхнем углу имеем C_1=0

Таким образом, и на верхнем краю

$\frac{d\varphi}{dy} = 0$

Из условия

τ_{xy}= - $\frac{d^2\varphi}{dxdy} = 0$

найдем

$\frac{d\varphi}{dx}$=$f(x)$=C_2

Но в точке 5

$\frac{d\varphi}{dx}$ =$8q$

<u>Участок 3</u>

Здесь изгибающий момент для балки (рис. 3б)

M=- $\frac{ql}{2}x$+ $4q\frac{x^2}{2}$ = - $q(8x$ - $2x^2)$

В точке 21 (x=0)

φ_{21}=-M=0

Если бы потребовалось находить функцию φв пределах участка 3, то мы приняли бы:

φ = - M = +$q(8x$ - $2x^2)$

Но в данном случае это не нужно, так как длина участка меньше $\Delta\lambda x$.

Производная

$\frac{d\varphi}{dx} = q(8$ - $4x)$

в точке 21, где x=0

$\frac{d\varphi}{dx} = 8q$

Следовательно, в точке 21 производная$\frac{d\varphi}{dx}$та же, что и в точке 5 участка 1. Так и должно быть, ибо они равны опорным реакциям условных балок вверху и внизу.

Из условия

τ_{xy}= - $\frac{d^2\varphi}{dxdy} = 0$

получим

$\frac{d\varphi}{dx}$=$f(y)$=C_3

Но так как на участке 2 в точке 21 производная $\frac{d\varphi}{dy}$ =0, то и в пределах участка 3

$\frac{d\varphi}{dy}$=C_3=0

Участок 4

Изгибающий момент на всем протяжении одинаковый

M= -8q

Следовательно,

φ_{22} = φ_{23} = + 8q

Производная

$\frac{d\varphi}{dx}$ = 0

Из условия

τ_{xy}= - $\frac{d^2\varphi}{dxdy}$ = 0

Получим

$\frac{d\varphi}{dy}$= $f(y)$ = C_4

в месте сопряжения участков 3 и 4 производные одинаковы, а потому

$\frac{d\varphi}{dy}$= C_4 = 0

б) Значение функции φ вне контура

Участок 1

φ_1 = - 2 $\lambda y\frac{d\varphi}{dy}$ + φ_9 = - 2 λy×0 + φ_9 = φ_9 = 0

φ_2 = - 2 $\lambda y\frac{d\varphi}{dy}$ + φ_{10} =φ_{10}

φ_3 = - 2 $\lambda y\frac{d\varphi}{dy}$ + φ_{11} =φ_{11}

Участок 2

φ_4 = - 2 $\lambda x\frac{d\varphi}{dx}$+ φ_6 = - 2 ×4×8q +φ_6 = - 64q + 24q =- 40q

φ_8 =- 2 $\lambda x\frac{d\varphi}{dx}$ +φ_{10} = φ_{10} - 64q

……………………………………………………………………………………

φ_{20} = - 2 $\lambda x\frac{d\varphi}{dx}$ + φ_{22} = - 64q +φ_{22} = - 64q + 8q = - 56q

Участок 3 и 4

φ_{24} = - 2 $\lambda y\frac{d\varphi}{dy}$ + φ_{17} = - 2 λyx0 + φ_{17} = φ_{17} = 0

φ_{25} = - 2 $\lambda y\frac{d\varphi}{dy}$ + φ_{18} =φ_{18}

φ_{26} = - 2 $\lambda y\frac{d\varphi}{dy}$ + φ_{19} =φ_{19}

в) Уравнение совместимости

Для удобства выпишем полученные данные на схеме балки-стенки (рис. 4).

Уравнения необходимо составить только для средних узлов, ввиду симметрии уравнений будем иметь:

$20\varphi_{10}$ - 8(24q + φ_{11} + φ_{14} + 0) + 2(0 + 32q + φ_{15} + 0) + (φ_{10} + φ_{10} + φ_{10} + φ_{10} - 64q) = 0

$20\varphi_{11}$ - 8(32q + φ_{10} + φ_{15}+ φ_{10}) + 2(24q + 24q + φ_{14} + φ_{14}) + (φ_{11} + 0 + φ_{19} + 0) = 0

$20\varphi_{14}$ - 8(φ_{10} + φ_{15} + φ_{18} + 0) + 2(0 + φ_{11} + φ_{19} + 0) + (24q+ φ_{14} + 8q+ φ_{14} - 64q) = 0

$20\varphi_{15}$ - 8(φ_{11} + φ_{14}+φ_{19}+ φ_{14}) + 2(φ_{10} + φ_{10} + φ_{18} + φ_{18}) + (32q + 0 + 8q + 0) = 0

$20\varphi_{18}$ - 8(φ_{14} + φ_{19}+ 8q+ 0) + 2(0 + φ_{15}+ 8q+ 0) + (φ_{10} + φ_{18} + φ_{18} + φ_{18} - 64q) = 0

$20\varphi_{19}$ - 8(φ_{18} + φ_{18} + 8q+ φ_{18}) + 2(φ_{14} + φ_{14} + 8q + 8q) + (φ_{11} + 0 + φ_{19} + 0) = 0

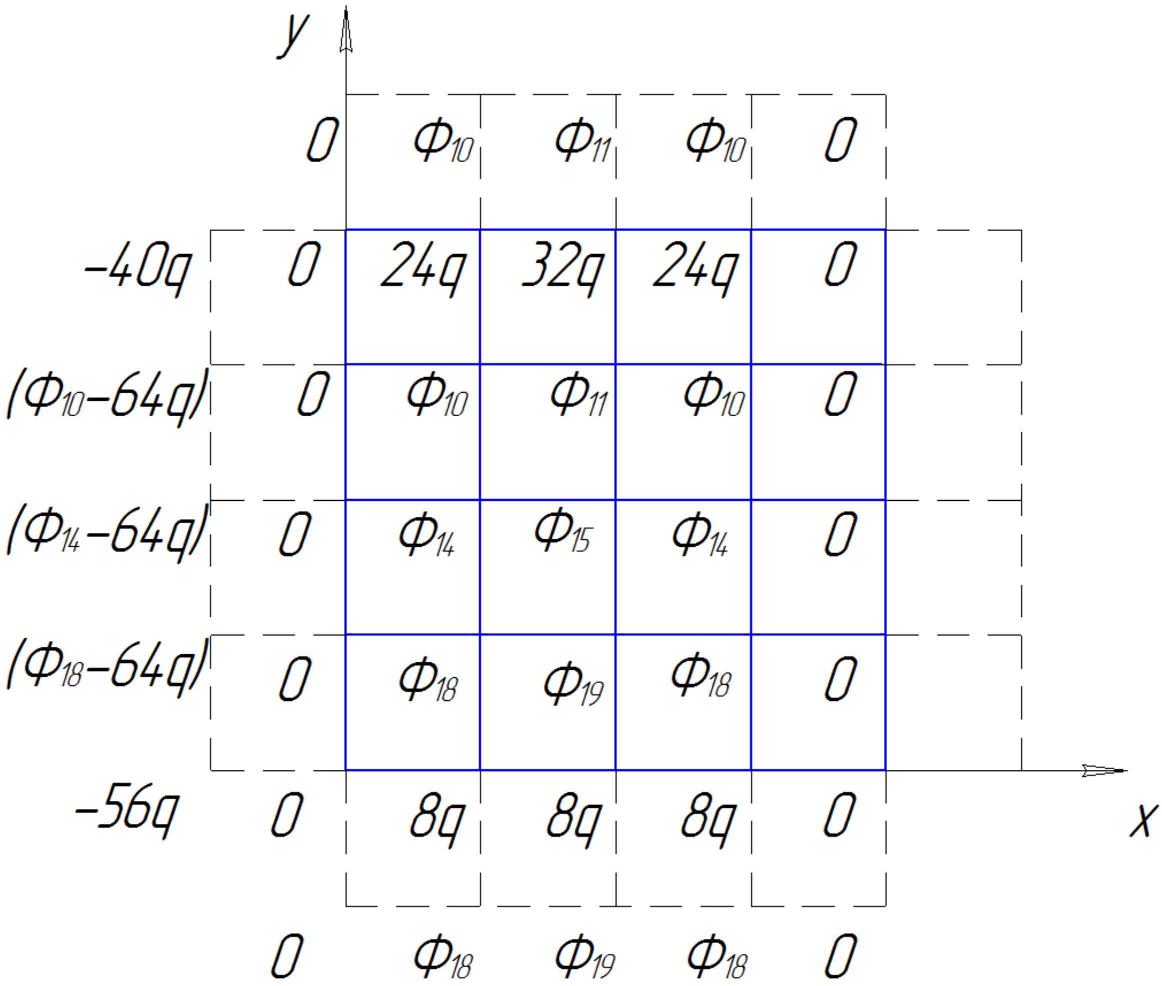

Рис. 4

После раскрытия скобок, приведения подобных членов и умножения на 2 первого, третьего и пятого уравнений для получения системы с симметричными коэффициентами будем иметь:

$46\varphi_{10}$ - $16\varphi_{11}$ - $16\varphi_{14}$ + $4\varphi_{15}$ +$2\varphi_{18}$- $384q$ = 0

- $16\varphi_{10}$ + $21\varphi_{11}$ + $4\varphi_{14}$ - $8\varphi_{15}$ + $4\varphi_{19}$ - $160q$ = 0

- $16\varphi_{10}$ + $4\varphi_{11}$ + $44\varphi_{14}$ - $16\varphi_{15}$- $16\varphi_{18}$ + $44\varphi_{19}$ - $64q$ = 0

$4\varphi_{10}$- $8\varphi_{11}$-$16\varphi_{14}$ + $20\varphi_{15}$+ $4\varphi_{18}$- $8\varphi_{19}$+$40q$ = 0

$2\varphi_{10}$ -$16\varphi_{14}$+ $4\varphi_{15}$+$46\varphi_{18}$-$16\varphi_{19}$ - $224q$ = 0

φ_{11} + $4\varphi_{14}$- $8\varphi_{15}$ - $16\varphi_{18}$ + $21\varphi_{19}$ - $32q$ = 0

Решение уравнений дает:

φ_{10}= +22,98 q;

φ_{11}= +30,18q;

φ_{14}= +20,06q;

φ_{16}= +25,44q;

φ_{18}= +14,51q;

φ_{19}= +17,06q.

г) Напряжения

Теперь можем найти напряжения для некоторых точек:

1) Точка 5

$$\sigma_x = \frac{\varphi_4 - 2\varphi_5 + \varphi_9}{\lambda_y^2} = \frac{0-2\times 0+0}{4^2} = 0$$

$$\sigma_y = \frac{\varphi_4 - 2\varphi_5 + \varphi_6}{\lambda_x^2} = \frac{-40q-2\times 0+24q}{4^2} = -q$$

Касательное напряжение τ_{xy} не может быть определено, так для этого не хватает 1 точки сетки. По заданной нагрузке видно, что τ_{xy} равно 0.

2) Точка 6

$$\sigma_x = \frac{\varphi_2 - 2\varphi_6 + \varphi_{10}}{\lambda_y^2} = \frac{22{,}98q-2\times 24q+22{,}98q}{4^2} = -0{,}128q$$

$$\sigma_y = \frac{\varphi_7 - 2\varphi_6 + \varphi_5}{\lambda_x^2} = \frac{32q-2\times 24q+0}{4^2} = -q$$

$$\tau_{xy} = \frac{\varphi_1 - \varphi_3 + \varphi_{11} - \varphi_9}{4\lambda x\lambda y} = \frac{0\text{x}\varphi_{11} + \varphi_{11}\text{x }0}{4\times 4\times 4} = 0$$

3) Точка 7

$$\sigma_x = \frac{\varphi_3 - 2\varphi_7 + \varphi_{11}}{\lambda_y^2} = \frac{30{,}18q-2\times 32q+30{,}18q}{4^2} = -0{,}228q$$

$$\sigma_y = \frac{\varphi_6 - 2\varphi_7 + \varphi_6}{\lambda_x^2} = \frac{24q-2\times 32q+24q}{4^2} = -q$$

$$\tau_{xy} = \frac{\varphi_2 - \varphi_2 + \varphi_{10} - \varphi_{10}}{4\lambda x\lambda y} = 0$$

4) Точка 9

$$\sigma_x = \frac{\varphi_5 - 2\varphi_9 + \varphi_{13}}{\lambda_y^2} = \frac{0-2\times 0+0}{4^2} = 0$$

$$\sigma_y = \frac{\varphi_8 - 2\varphi_9 + \varphi_{10}}{\lambda_x^2} = \frac{23,48q - 64q - 2 \times 0 + 22,98q}{4^2} = -1,128q$$

$$\tau_{xy} = \frac{\varphi_4 - \varphi_6 + \varphi_{14} - \varphi_{12}}{4\lambda x \lambda y} = \frac{-40q - 24q + 20,06q - (20,06q - 64q)}{4 \times 4 \times 4} = 0$$

5) Точка 10

$$\sigma_x = \frac{\varphi_6 - 2\varphi_{10} + \varphi_{14}}{\lambda_y^2} = \frac{24q - 2 \times 22,98q + 24q}{4^2} = -0,119q$$

$$\sigma_y = \frac{\varphi_{11} - 2\varphi_{10} + \varphi_9}{\lambda_x^2} = \frac{30,18 - 2 \times 22,98q + 0}{4^2} = -0,986q$$

$$\tau_{xy} = \frac{\varphi_6 - \varphi_7 + \varphi_{15} - \varphi_{13}}{4\lambda x \lambda y} = \frac{0 - 32q + 25,44q - 0}{4 \times 4 \times 4} = -0,125q$$

6) Точка 11

$$\sigma_x = \frac{\varphi_1 - 2\varphi_{11} + \varphi_{15}}{\lambda_y^2} = \frac{32q - 2 \times 30,18q + 24,44q}{4^2} = -0,183q$$

$$\sigma_y = \frac{\varphi_{10} - 2\varphi_{11} + \varphi_{10}}{\lambda_x^2} = \frac{22,98q - 2 \times 30,18q + 22,98q}{4^2} = -0,9q$$

$$\tau_{xy} = \frac{\varphi_6 - \varphi_6 + \varphi_{14} - \varphi_{14}}{4\lambda x \lambda y} = 0$$

7) Точка 13

$$\sigma_x = \frac{\varphi_9 - 2\varphi_{13} + \varphi_{17}}{\lambda_y^2} = \frac{0 - 2 \times 0 + 0}{4^2} = 0$$

$$\sigma_y = \frac{\varphi_{12} - 2\varphi_{13} + \varphi_{14}}{\lambda_x^2} = \frac{20,06q - 64q - 2 \times 0 + 20,06q}{4^2} = -1,493q$$

$$\tau_{xy} = \frac{\varphi_{12} - 14 - \varphi_{18} - \varphi_{16}}{4\lambda x \lambda y} = \frac{20,06q - 64q - 20,06q + 14,57q - (14,57q - 64q)}{4 \times 4 \times 4} = 0$$

8) Точка 14

$$\sigma_x = \frac{\varphi_{10} - 2\varphi_{14} + \varphi_{18}}{\lambda_y^2} = \frac{22,98q - 2 \times 20,06q + 14,57q}{4^2} = -0,161q$$

$$\sigma_y = \frac{\varphi_{13} - 2\varphi_{14} + \varphi_{15}}{\lambda_x^2} = \frac{0 - 2 \times 20,16q + 22,44q}{4^2} = -0,918q$$

$$\tau_{xy} = \frac{\varphi_9 - \varphi_{11} + \varphi_{19} - \varphi_{17}}{4\lambda x \lambda y} = \frac{0-30{,}18q+17{,}06q-0}{4 \times 4 \times 4} = -\ 0{,}205q$$

9) Точка 15

$$\sigma_x = \frac{\varphi_{11} - 2\varphi_{15} + \varphi_{10}}{\lambda_y^2} = \frac{30{,}18q-2 \times 25{,}44q+17{,}06q}{4^2} = -\ 0{,}228q$$

$$\sigma_y = \frac{\varphi_{14} - 2\varphi_{15} + \varphi_{14}}{\lambda_x^2} = \frac{20{,}06q - 2 \times 25{,}44q+20{,}06q}{4^2} = -\ 0{,}673q$$

$$\tau_{xy} = \frac{\varphi_{10} - \varphi_{10} + \varphi_{20} - \varphi_{18}}{4\lambda x \lambda y} = 0$$

10) Точка 17

$$\sigma_x = \frac{\varphi_{13} - 2\varphi_{17} + \varphi_{21}}{\lambda_y^2} = \frac{0-2 \times 0+0}{4^2} = 0$$

$$\sigma_y = \frac{\varphi_{16} - 2\varphi_{17} + \varphi_{18}}{\lambda_x^2} = \frac{14{,}57q-64q - 2 \times 0+14{,}57q}{4^2} = -\ 2{,}179q$$

$$\tau_{xy} = \frac{\varphi_{12} - \varphi_{14} + \varphi_{22} - \varphi_{20}}{4\lambda x \lambda y} = \frac{20{,}06q-64q - 20{,}06q+8q+56q)}{4 \times 4 \times 4} = 0$$

11) Точка 18

$$\sigma_x = \frac{\varphi_{14} - 2\varphi_{18} + \varphi_{22}}{\lambda_y^2} = \frac{20{,}06q-2 \times 14{,}67q+8q}{4^2} = -\ 0{,}068q$$

$$\sigma_y = \frac{\varphi_{17} - 2\varphi_{18} + \varphi_{19}}{\lambda_x^2} = \frac{0- 2 \times 14{,}57q+17{,}06q}{4^2} = -\ 0{,}755q$$

$$\tau_{xy} = \frac{\varphi_{13} - \varphi_{15} + \varphi_{23} - \varphi_{21}}{4\lambda x \lambda y} = \frac{0-25{,}44q+8q-0}{4 \times 4 \times 4} = -\ 0{,}272q$$

12) Точка 19

$$\sigma_x = \frac{\varphi_{15} - 2\varphi_{19} + \varphi_{23}}{\lambda_y^2} = \frac{25{,}44q-2 \times 17{,}06q+8q}{4^2} = -\ 0{,}043q$$

$$\sigma_y = \frac{\varphi_{18} - 2\varphi_{19} + \varphi_{18}}{\lambda_x^2} = \frac{14{,}57q- 2 \times 17{,}06q+14{,}57q}{4^2} = -\ 0{,}311q$$

$$\tau_{xy} = \frac{\varphi_{18} - \varphi_{18} + \varphi_{22} - \varphi_{22}}{4\lambda x \lambda y} = 0$$

13) Точка 21

$$\sigma_x = \frac{\varphi_{17} - 2\varphi_{21} + \varphi_{24}}{\lambda_y^2} = \frac{0 - 2 \times 0 + 0}{4^2} = 0$$

$$\sigma_y = \frac{\varphi_{20} - 2\varphi_{21} + \varphi_{22}}{\lambda_x^2} = \frac{56q - 2 \times 0 + 8q}{4^2} = -3q$$

Здесь имеется неточность, так как исходя из внешней нагрузки σ_y =-4q. Расхождение объясняется приближенностью метода. Касательные напряжения τ_{xy}в этой точке, судя по внешней нагрузке, равны 0.

14) Точка 22

$$\sigma_x = \frac{\varphi_{18} - 2\varphi_{22} + \varphi_{25}}{\lambda_y^2} = \frac{14{,}57q - 2 \times 8q + 14{,}57q}{4^2} = 0{,}821q$$

$$\sigma_y = \frac{\varphi_{21} - 2\varphi_{22} + \varphi_{23}}{\lambda_x^2} = \frac{0 - 2 \times 8q + 8q}{4^2} = -0{,}5q$$

$$\tau_{xy} = \frac{\varphi_{17} + \varphi_{23} + \varphi_{19} - \varphi_{24}}{4\lambda x \lambda y} = \frac{0 - 17{,}06q + 17{,}06q - 0}{4 \times 4 \times 4} = 0$$

По заданной нагрузке в точке 22 напряжение σ_x должно быть равно 0. Расхождение результата, полученного в расчете, объясняется приближенностью метода.

15) Точка 23

$$\sigma_x = \frac{\varphi_{19} - 2\varphi_{23} + \varphi_{26}}{\lambda_y^2} = \frac{17{,}06q - 2 \times 8q + 17{,}06q}{4^2} = 1{,}133q$$

$$\sigma_y = \frac{\varphi_{22} - 2\varphi_{23} + \varphi_{22}}{\lambda_x^2} = \frac{8q - 2 \times 8q + 8q}{4^2} = 0$$

$$\tau_{xy} = \frac{\varphi_{18} - \varphi_{18} + \varphi_{25} - \varphi_{25}}{4\lambda x \lambda y} = 0$$

Эпюры напряжений даны на рис. 5 а, б.

а. Эпюры σ_x и σ_y б. Эпюра τ_{xy}

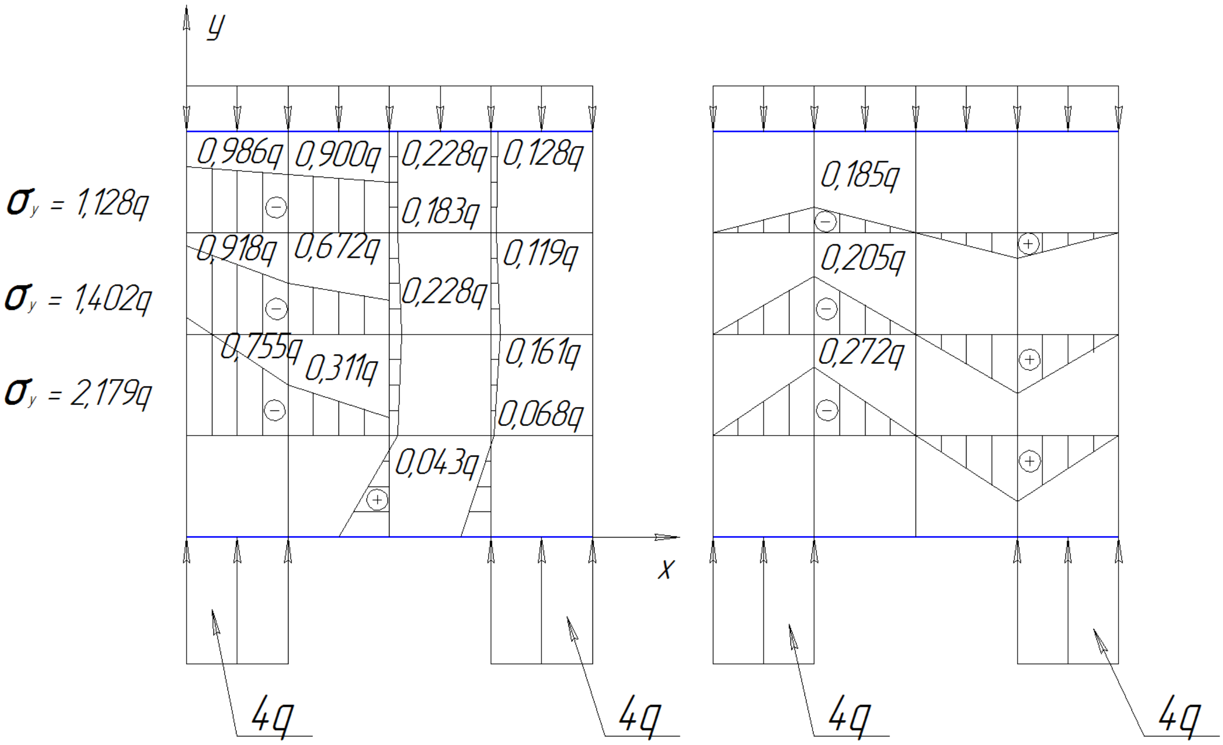

Рис. 5

Проверим условия равновесия по среднему вертикальному сечению в точках 7, 11, 15, 19, 23, принимая приближенно эпюры между точками прямолинейными:

$$\sum x = 4\left(\frac{0{,}228q}{2} + 0{,}183 + 0{,}228q + 0{,}043q - \frac{1{,}333q}{2}\right) = 4\,(0{,}568q - 0{,}567q) \approx 0$$

$$\sum y = 4q \times 2 - 8q = 0$$

$$\sum M_{23}^{\text{лев}} = 4q \times 2 \times 7 - q \times 8 \times 4 - 0{,}228q \times 8 \times 12 + \frac{0{,}045q \times 8}{2} \times 12 - \frac{0{,}228q \times 4}{2}\left(4 + \frac{2}{3} \times 4\right) -$$

$$- \frac{0{,}043q \times 4}{2}\left(4 + \frac{1}{3} \times 4\right) - 0{,}043q \times 4 \times 2 + \frac{1{,}176q \times 4}{2} \times \frac{1}{3} \times 4 = 56q - 32q - 21{,}888q + 2{,}160q - - 3{,}04q - 0{,}458q - 0{,}344q + 3{,}136q = 61{,}296q - 57{,}73q \approx 3{,}566q$$

Ошибка составляет $\frac{3{,}566 \times 100}{57{,}73} \approx 6\,\% \approx 0$

Аналогично выполним проверки по горизонтальному сечению в точках 13, 14, 15, 14, 13.

При симметричной нагрузке $\sum x = 0$ даже при неправильно найденных касательных напряжениях, вычисление которых следует проверять тщательно.

Составим остальные 2 условия равновесия:

$\sum y = 4\,(\frac{1,493q}{2} + 0,918q + \frac{0,673q}{2})2 - 16q = 16,004q - 16q \approx 0$

$\sum M_{13} = -16q \times 8 + 16,004q \times 8 \approx 0$