

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РФ  
ФГБОУ ВПО «Кубанский государственный аграрный университет»

Сафронова Т. И., Степанов В. И.

**Математическое моделирование  
в задачах агрофизики**

Краснодар 2012

УДК 631.452: 631.559

Рецензент:

Найденов А.С. зав. кафедрой орошаемого земледелия КубГАУ, доктор сельскохозяйственных наук, профессор.

Сафронова Т.И., Степанов В.И.

Математическое моделирование в задачах агрофизики

В пособии изложены основные принципы системного подхода к решению задач управления в мелиорации, дан обзор и анализ литературы по математическому моделированию в системном анализе.

Предлагается новый подход к моделированию экологической ситуации на оросительной системе, основанный на системно-когнитивном анализе. Разработана модель автоматизированной системы управления оросительной системой, которая позволяет решать вопросы экономии поливной воды, повышения продуктивности и охраны мелиорируемых земель.

Для научных работников, аспирантов, студентов высших учебных заведений сельскохозяйственного профиля, а также практических работников и специалистов сельского хозяйства.

© Т.И.Сафронова, В.И.Степанов, 2012г.

© КубГАУ, 2012 г.

## Введение

В современных условиях при значительном росте используемых ресурсов и воздействии на окружающую среду, при огромном потоке информации, которую необходимо учитывать, традиционные эмпирические методы принятия решений обнаруживают свою ограниченность. Развитие сельского хозяйства и промышленности должно основываться на освоении новых методов управления и внедрения новейших технологий и использовании эффективных методов научных исследований. К таким эффективным методам следует отнести математизацию исследований.

Математизация исследований предполагает в первую очередь получение математической модели исследуемого процесса, достаточно точно, адекватно его описывающей. При наличии такой модели возникает возможность дальнейшего исследования процесса заменить анализом его математической модели для получения решения поставленных конкретных задач.

. Агрономическая физика изучает физические, физико-химические и биофизические процессы в системе «почва – растение – деятельный слой атмосферы», основные закономерности продукционного процесса.

Одним из возможных направлений в агрохимических исследованиях является экспериментальное изучение связей урожая со свойствами почв и удобрениями. Многочисленные исследования в этом направлении показали, что связь урожая со свойствами почв чрезвычайно сложная. Сложность обуславливается тем, что на продуктивность растений одновременно влияет ряд факторов – величины переменные, изменчивые как в пространстве, так и во времени. С внесением в почву минеральных и органических удобрений взаимосвязь между свойствами почв и урожаем сельхозкультур еще в большей степени усложняется, так как удобрения влияют как на продуктивность растений, так и на свойства самой почвы.

Агрофизик разрабатывает функциональную блок-схему явления. Эта модель завершается составлением некоторой схемы взаимосвязей между основными процессами. В результате полевых и лабораторных экспериментов выделяются физические параметры, формируется вид зависимости между изучаемыми блоками. На заключительном этапе исследования формируется математическая модель исследованных явлений во взаимосвязи с факторами внешней среды. Составленная модель дает возможность научно обоснованно управлять этими явлениями с учетом всех тех взаимосвязей, которые изучили агрофизики-теоретики и экспериментаторы на предыдущих этапах.

Применение математического моделирования предполагает:

- построение математических моделей для задач принятия решений и управления в сложных ситуациях или в условиях неопределенности;
- изучение взаимосвязей, определяющих возможные последствия принимаемых решений, а также установление критериев эффективности, позволяющих оценить преимущество того или иного варианта.

Чтобы совершенствовать управление системы, необходимо представить ее функционирование в целом с учетом имеющихся ресурсов. Достичь этого

можно только с привлечением специальных средств, включающих в себя систему моделей и математического аппарата, который позволит провести анализ изучаемого процесса, увидеть последствия принимаемых решений, оценить возможности при различных альтернативах.

Техника исследований этих вопросов состоит в имитации на компьютере функционирования проектируемого или изучаемого комплекса с помощью специально организованных систем математических моделей. Методы и средства, обеспечивающие возможность реализации такого подхода, составляют основу системного анализа.

Современные масштабы мелиоративного строительства определяют значительные региональные изменения в гидрогеологических условиях, которые нередко влекут за собой и неблагоприятные воздействия на состояние сельскохозяйственных земель. Потому при проведении изысканий для обоснования мелиорации ставятся задачи изучения гидрогеологических условий объекта, прогноза их возможных изменений и выбора оптимальных мероприятий, предупреждающих ухудшение мелиоративной обстановки. Такой прогноз должен опираться на надежную количественную оценку процессов тепло- и массопереноса в ненасыщенных и насыщенных грунтах, которая может быть получена методами математического моделирования и вычислительного эксперимента.

Обычно процесс экспериментирования включает такие важные этапы, как постановка задачи, априорный анализ, эксперимент, интерпретация результатов. В каждый из этих этапов входит такой необходимый шаг, как принятие решений.

Всю совокупность имеющихся до начала эксперимента сведений принято называть априорной (доопытной) информацией. Априорный анализ позволяет уточнить постановку задачи и выбрать программу действия экспериментатора, учесть специфику решаемой задачи.

Современная математическая теория требует, чтобы задача была формализована, т.е. надо однозначно сформулировать цель исследования, выделить переменные, значения которых определяют близость к поставленной цели, и установить соотношения между целью и переменными, принять ограничения и т.п.

Математическая модель – мощное средство обобщения разнородных данных об объекте, позволяющее осуществлять как интерполяцию (восстановление недостающей информации о прошлом), так и экстраполяцию (прогнозирование будущего поведения объекта).

Требования, предъявляемые моделью к математической завершенности описания, позволяют построить определенную концепцию и с ее помощью четко ограничить те области, где знание проблемы еще недостаточно, т.е. стимулируют возникновение новых идей и проведение экспериментальных исследований.

Математическое моделирование, с помощью которого можно получить ответ на тот или иной специальный вопрос, а также сделать обоснованный выбор из ряда альтернативных стратегий, дает возможность сократить объем

продолжительных и дорогостоящих экспериментальных работ, выполнение которых было бы необходимым при отсутствии моделей.

В данной работе авторы попытались помочь студентам разобраться в технологии построения математических моделей и сочли возможным включить в данное пособие результаты своих исследований.

Материал книги допускает кроме последовательного чтения пользование отдельными главами или разделами, содержащими описание моделей конкретных блоков и систем. Поэтому книга может быть полезной равно как начинающему читателю, так и уже знакомому с основами системного анализа.

Авторы

# 1. Математические модели

## 1.1. Рост популяции и кривые роста

Математическая модель – это набор формальных соотношений, которые воспроизводят определенные стороны, связи и функции исследуемого объекта. Модель всегда является упрощением объекта, так как исследователя обычно интересуют лишь отдельные стороны поведения объекта.

Эмпирические модели служат для представления экспериментальных данных в компактном виде. Это описательные модели. Они не отражают внутреннего строения объекта и не объясняют его реакции на внешние воздействия. Такие модели называют дескриптивными от английского слова *description* – описание.

Рассмотрим динамику популяций – процесс изменения ее основных биологических показателей (численности, биомассы, структуры) во времени в зависимости от экологических факторов. Жизнь популяции проявляется в ее динамике – одном из наиболее значимых биологических и экологических явлений.

Рассмотрим популяцию (сообщество особей одного вида), которая развивается изолированно в условиях неограниченного ареала и неограниченных ресурсов питания в постоянной среде и имеет в момент  $t_0$  биомассу  $x_0$ . Изменение численности  $x(t)$  в этой модельной популяции определяется только двумя факторами: рождаемостью и естественной смертью. Тогда прирост можно выразить следующим образом

$$\Delta x = (\alpha x - \beta x) \Delta t, \quad (1.1.1)$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  – коэффициенты рождаемости и смертности. Обозначим  $\alpha - \beta = \varepsilon$ . Разделим (1.1.1) на  $\Delta t$  и перейдем к пределу при  $\Delta t \rightarrow 0$ . Получим дифференциальное уравнение

$$\frac{dx}{dt} = \varepsilon x \quad (1.1.2)$$

с начальным условием  $x(t_0) = x_0$ .

Дифференциальное уравнение (1.1.2) представляет математическую модель процесса изменения биомассы популяции. С учетом начального условия запишем частное решение

$$x(t) = x_0 e^{\varepsilon(t-t_0)} \quad (1.1.3)$$

Разумеется, естественная популяция не увеличивает свою численность по экспоненте. Построенная модель показывает лишь, как бы могла развиваться популяция, если бы ее не стесняли и неограниченно подкармливали.

Число особей в популяции меняется со временем. Если условия существования благоприятны, то рождаемость превышает смертность и общее число особей в популяции растет со временем. Пусть  $v(t)$  – скорость роста популяции. Если известна  $v(t)$ , можно найти прирост численности за промежутки от  $t_1$  до  $t_2$

$$\int_{t_1}^{t_2} v(t) dt = N(t_2) - N(t_1), \quad (1.1.4)$$

где  $N(t)$  – первообразная для  $v(t)$ .

Условия неограниченных ресурсов можно создать, например, для микроорганизмов, пересаживая время от времени развившуюся культуру в новые емкости с питательной средой. Применяя (1.1.4), получим

$$N(t_1) = N(t_0) + a \int_{t_0}^{t_1} e^{kt} dt = N(t_0) + \frac{a}{k} (e^{kt_1} - e^{kt_0}), \quad (1.1.5)$$

где  $a$  и  $k$  легко выражаются через  $\alpha, \beta, \varepsilon$ .

По выражению (1.1.5) подсчитывают, в частности, численность культивируемых плесневых грибов, выделяющих пенициллин.

Из (1.1.3) следует, что любой вид популяции теоретически способен неограниченно увеличить свою численность при достатке пищи, воды, пространстве, постоянстве условий среды и отсутствия хищников. Эта идея была выдвинута еще на рубеже XVIII и XIX веков английским экономистом Томасом Р. Мальтусом. Поэтому коэффициент прироста называют мальтузианским параметром.

В 1845 году Ферхюльст рассмотрел модель с учетом излишней плотности организмов. В его модели это влияние уменьшает прирост пропорционально квадрату численности и уменьшает прирост в единицу времени. Вместо (1.1.2) получаем

$$\frac{dx}{dt} = \varepsilon x - \gamma x^2, \quad (1.1.6)$$

где  $\varepsilon > 0$  имеет тот же смысл, что и ранее, а  $\gamma > 0$  – коэффициент внутривидовой конкуренции.

Обозначим  $\frac{\varepsilon}{\gamma} = d$  и запишем решение уравнения (1.1.6)

$$x(t) = x_0 \frac{h}{(h - x_0)e^{-\varepsilon(t-t_0)} + x_0}. \quad (1.1.7)$$

График функции (1.1.7) называют логистической кривой (s-образная кривая). (Рис.1) Эта кривая близка к экспериментальным кривым развития многих естественных популяций. Построенная модель достаточно точно отражает особенности роста популяции в условиях ограниченного ареала. Пользуясь функцией (1.1.7), можно не только прогнозировать численность популяции в любой момент времени, но и предсказать максимальную численность, теоретически возможную в данных условиях. Функция (1.1.7) характерна, например, для дрожжей (фактором, ограничивающим их рост, является накопление спирта); для водорослей, самозатеняющих друг друга.

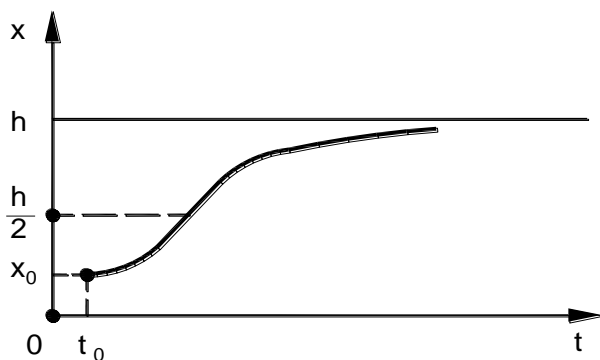


Рис.1. Логистическая кривая

Применительно к условиям реальной природной среды принято использовать понятия **биотический потенциал** – совокупность всех экологических факторов, способствующих увеличению численности популяции и **сопротивление среды** – сочетание факторов, ограничивающих рост (лимитирующих факторов).

Любые изменения популяции есть результат нарушения равновесия между ее биотическим потенциалом и сопротивлением окружающей среды.

По достижении заключительной фазы роста размеры популяции продолжают колебаться от поколения к поколению вокруг некоторой более или менее постоянной величины. При этом численность одних видов изменяется нерегулярно с большой амплитудой (насекомые-вредители, сорняки), колебания численности других видов (например, мелких млекопитающих) имеют относительно постоянный период, а в популяциях третьих видов численность колеблется от года к году незначительно (долгоживущие крупные позвоночные и древесные растения).

## 1.2 Взаимодействие двух популяций

Рассмотрим модель двух популяций. Обозначим их биомассы через  $x$  и  $y$  соответственно. Предположим, обе популяции потребляют один и тот же корм, которого имеется ограниченное количество, и из-за этого находятся в конкурентной борьбе друг с другом.

Французский математик Вольтера показал, что при таком предположении динамика популяции достаточно хорошо описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= k_1 x - \varepsilon_1 (\lambda_1 x + \lambda_2 y) x, \\ \frac{dy}{dt} &= k_2 y - \varepsilon_2 (\lambda_1 x + \lambda_2 y) y, \end{aligned}$$

где  $k_1, k_2, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda_1, \lambda_2$  – действительные положительные числа. Первые члены правых частей характеризуют скорости роста популяций, если бы не было ограничивающих факторов. Вторые члены учитывают те изменения в скоростях, которые вызываются ограниченностью корма.



На рисунках 2 и 3 (Горстко 6,7) изображены графики, выражающие связь между величинами  $x$  и  $y$  в зависимости от конкретных значений коэффициентов  $k_1, k_2, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda_1, \lambda_2$ . Из этих рисунков можно сделать выводы. В конце концов численность одной из популяций становится равной нулю, а численность другой стабилизируется. Та популяция, у которой отношение  $\frac{k}{\varepsilon}$  меньше, вымирает, другая же выживает и стабилизируется.

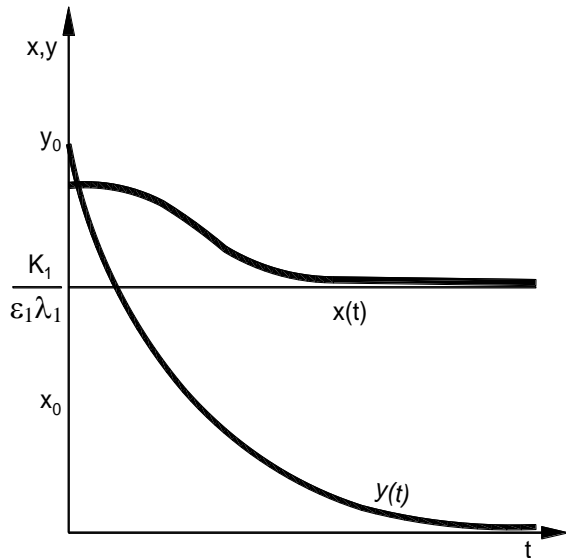


Рис.2. Популяция  $x$  стабилизируется, популяция  $y$  вымирает; выполняется условие  $x_0 > \frac{k_1}{\varepsilon_1 \lambda_1}$

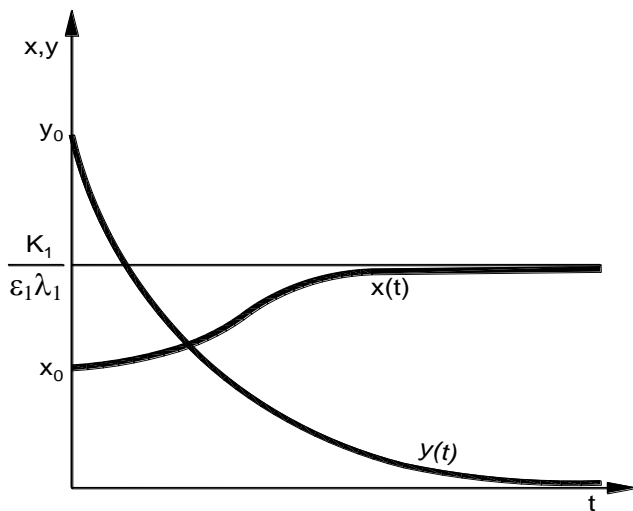


Рис.3. Популяция  $x$  стабилизируется, популяция  $y$  вымирает; выполняется условие  $x_0 < \frac{k_1}{\varepsilon_1 \lambda_1}$

### 1.3 Балансовые модели

Динамика отдельных почвенно-геохимических показателей в некотором почвенном объеме или водной массе может быть описана с помощью балансовых моделей. Балансовая модель отражает закон сохранения вещества и энергии в виде уравнения запасов:

$$Q_{\text{вх}} - Q_{\text{вых}} = \Delta Q, \quad (1.3.1)$$

где слева записана разность между приносом вещества в систему и потерей вещества;  $\Delta Q$  – приращение запасов в системе. Закон сохранения может применяться не только к общей массе почвенного материала или породы, но и к массам отдельных химических элементов, а также к сложным соединениям с учетом их химических превращений.

Балансовый подход обеспечивает единую основу для многих моделей, определяя связь между скоростями изменения потоков в пространстве и скоростями изменения состояния системы во времени в некоторой точке. Потоки образуют приходную и расходную части баланса в уравнении (1.3.1); изменения в состоянии характеризуют приращение запасов. Для того чтобы модель была эффективной, необходимо учесть все пути поступления и выноса вещества из системы.

Балансовый подход применен в модели миграции тяжелых металлов в пахотных почвах (Кош.21)

Для практических вычислений балансовое уравнение представляется конечными разностями

$$S(t + \Delta t) = S(t) + (Q - I - P)\Delta t, \quad (1.3.2)$$

где  $\Delta t$  – временной шаг. Вычисления по формуле (1.3.2) проводятся последовательно для  $t=1, 2, \dots, n$  при переменных по времени значениях правой части. Для получения решения задается начальное содержание металла в почве  $S(t=0)$  и оцениваются интенсивности поступления и расхода тяжелого металла в почве в течение рассматриваемого периода.

Балансовые модели нашли широкое применение в агрохимии при описании продукционного процесса, перемещения и трансформации азота, фосфора, калия в почве в виде потоковой диаграммы. (Рис.4). Простейшая безъемкостная потоковая диаграмма охватывает случаи, когда потоки вещества или энергии соединяются или делятся в узлах или точках ветвления, а емкости в узлах отсутствуют.

Простейшая модель с емкостью имеет одну или две емкости. Как правило, емкости идентичны по свойствам и представляют последовательность участков, располагающихся вдоль склона, или почвенных горизонтов. В этих случаях две крайние емкости обладают особыми свойствами, так как у них нет либо входа, либо выхода или они контролируются внешними факторами.

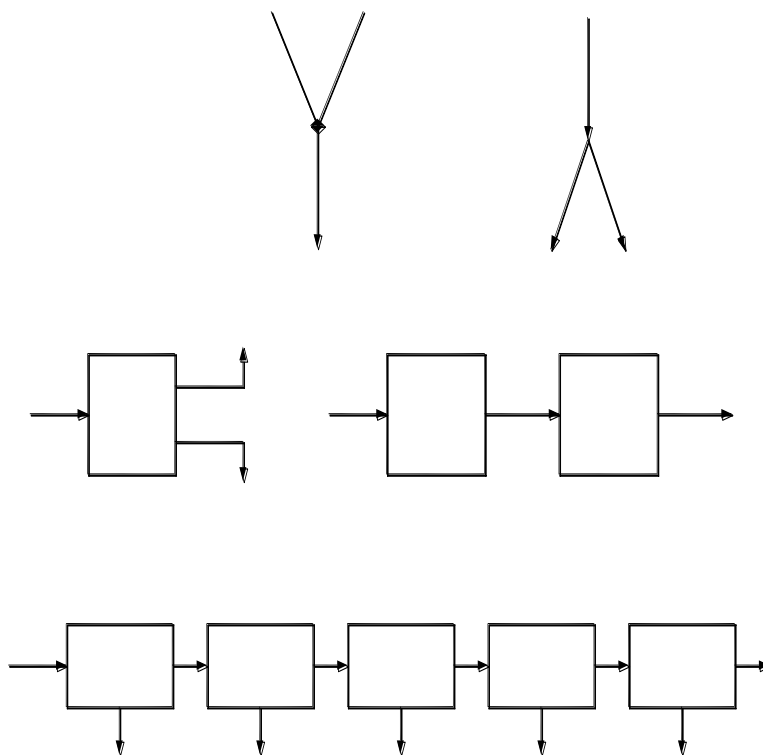


Рис.4. Типы балансовых моделей: а) безъемкостные модели; б) одно- и двухъемкостные модели; в) линейные многоъемкостные модели

Безъемкостные модели используются для описания процессов перемешивания растворов и воды. Например, при слиянии двух водотоков уравнение баланса констатирует то, что сумма притоков равняется стоку из узла. Для воды  $Q_t = Q_1 + Q_2$ , для растворенных веществ  $C_t Q_t = C_1 Q_1 + C_2 Q_2$ , где  $Q$  – расход воды,  $C$  – концентрация вещества в воде; индексы 1,2,t относятся соответственно к двум соединяющимся притокам и результирующему потоку. Это тип балансовой модели используется для оценки соотношения поверхностных и грунтовых вод в речном стоке по данным об их минерализации. Этот подход дает основу для выводов о формировании речного стока в бассейнах, где прямые наблюдения за процессами стока не велись.

Другое приложение безъемкостных моделей – описание движения загрязнителей в речной сети.

Примером модели с емкостью может служить модель баланса тяжелых металлов в возделываемых почвах. В качестве переменной состояния рассмотрим количество элемента в пахотном слое  $S(t)$ , мг/кг почвы.

Дифференциальное уравнение относительно среднего содержания тяжелого металла в почве имеет вид

$$\frac{dS}{dt} = \frac{I}{m\rho}(Q - I - R), \quad (1.3.3)$$

где величина  $Q$  – поступление тяжелых металлов на поверхность почвы,  $I$  – вынос металлов с фильтрующей сквозь почвенную толщу водой,  $R$  – транслокация металлов в растения,  $\rho$  – плотность почвы,

$m$  – мощность пахотного слоя.

Рост биомассы и накопление органического вещества почвы описывает двухъёмкостная модель круговорота питательных веществ. Для растительности запасы органического вещества, оцениваемого в  $кг/м^2$  гидрокарбоната, увеличиваются в течение годового цикла путем фотосинтеза. Потери вещества с опадом определяются для каждого месяца в зависимости от скорости, пропорциональной живой биомассе. Для моделирования периода листопада в октябре и ноябре скорость потерь вещества удваивается. С другой стороны, опад является источником органического вещества в почве, которое разлагается со скоростью, пропорциональной текущему содержанию органики в почве.

Для разных видов растительности параметры скорости разные. Так, скорость поглощения питательных веществ увеличивается в более теплом климате в условиях достаточного увлажнения. Скорость отмирания листьев зависит главным образом от размеров растения – от 100% в год для трав до 5% для древесной и многолетней растительности.

В (Беручашвили) цепочки ёмкостей используются для моделирования вертикальных структур природно-территориальных комплексов Кавказа. Разработанная географическая информационно-эвристическая система ландшафтов Кавказа позволила провести несколько серий компьютерных экспериментов и объяснить наблюдавшиеся в течение последних 15 лет нетривиальные и катастрофические ситуации.

В работе построена модель засоления пойменных почв. Модель представлена линейной последовательностью элементарных ячеек ландшафта, каждая из которых влияет на одну соседнюю и испытывает влияние одной предыдущей. Выведены балансовые уравнения миграции элементов, пригодные для количественного прогнозирования солевого режима почв. Параметры уравнений учитывают особенности различных типов геохимических ландшафтов.

## 2. Системный метод в математическом моделировании

Любое исследование направлено на решение определенной проблемы. Явная формулировка проблемы и адекватная оценка ее источников является важной общей задачей, позволяющей более осмысленно организовать все этапы работы.

Для выбора оптимального планового решения необходимы рассмотрение и оценка множества вариантов взаимодействия между элементами системы и внешней среды. Поэтому в решении сложных проблем в области сельского хозяйства следует использовать модели, которые служат абстрактными заменителями реальных систем. Системный подход базируется на понятии «система». Определений этого понятия много, но во всех подчеркивается главное, что обязательно проявляется в системе, это – целостность, т.е. структурно-функциональное единство элементов,

образующих упорядоченный комплекс. Это означает, что элементы любой системы находятся в определенных отношениях между собой и с внешней средой.

Выделение системы – методологический прием, направленный на однозначное определение области исследования и последовательности действий.

В общем смысле под системой понимают целостную совокупность элементов, находящихся во взаимодействии. Экосистема – это устойчивая система живых и неживых компонентов, в которой совершается внешний и внутренний круговорот вещества и энергии.

Выражением свойств мелиоративного объекта являются количественные, полуколичественные и качественные признаки.

*Количественные признаки* выражаются мерой и числом и называются показателями свойств объекта. К ним относятся: коэффициент фильтрации, гравитационная водоотдача, водопроводимость, минерализация грунтовых вод.

*Полуколичественные признаки* выражают условно с использованием таких определений, как «много», «мало», «сильно» и т.п., например, проницаемость весьма хорошая, слабая и т.п.

*Качественные признаки* характеризуются также условно. Так определяют физические свойства воды, ее вкусовые качества и т.п.

Наиболее информативны количественные признаки.

Система, в отличие от простого множества элементов, характеризуется рядом системных признаков.

**Принцип целостности.** Системы в целом определяются не только составляющими элементами, но и связями между ними. Взаимодействия между элементами системы и с внешней средой представляют собой разнообразные формы энерго- и массообмена. Взаимодействия проявляются в виде различных видов движений – фильтрации, инфильтрации, гидрогеохимической миграции. Связь с окружающей средой выражается водо- и солеобменом с почвой и почвенными водами, наземной гидросферой.

**Принцип структурности.** Предусматривает возможность описания системы через определение ее структуры, т.е. сети связей и отношений, обуславливающих поведение системы. Структура системы выражается определенной формой, размером, расположением и соотношением слагающих ее элементов, а также характером связей между ними и внешней средой. Связи могут выражаться взаимодействием физических полей различных сил или градиентов. Структура есть выражение иерархичности, организованности системы.

**Принцип иерархичности.** Каждый компонент системы можно принять за систему более низкого уровня, а рассматриваемую систему – как часть более сложной. Так, входящие в систему земледелия компоненты (система севооборота, система обработки почвы и т.д.) представляют собой сложные системы. В то же время система земледелия – элемент более высокого уровня – системы ведения сельского хозяйства.

| Уровень | Описание уровня                              |
|---------|--|
| ...     |  |
| $i+1$   | Система ведения сельского хозяйства          |
| $i$     | Система севооборота, система обработки почвы |
| $i-1$   | Почвенный покров                             |
| ...     |  |

Строя модель системы, необходимо исходить из простых условий и шаг за шагом подниматься по восходящим ступеням иерархической градации, переходя к всевозрастающим ступеням усложнения модели.

Объекты, принадлежащие каждому структурному уровню, могут рассматриваться и как системы, образованные из объектов более низких уровней, и как подсистемы, входящие в состав некоторой системы.

Представления о закономерностях иерархической многоуровневой организации почвенного покрова (структуры почвенного покрова СПП) развиты в работах В.М. Фридланда. 1,2

Для иерархических систем характерны три важных свойства.

1. Каждый уровень иерархии имеет свой собственный язык, свою систему концепций. Понятия давления, объема, температуры, определяющие главные свойства жидкости, утрачивают содержание на атомном и молекулярном уровне.

2. На каждом уровне иерархии происходит обобщение свойств объектов более низких уровней. Закономерности, обнаруженные и описанные для последних, могут быть включены в функциональную схему. Таким образом, описание на уровне  $i$  способствует объяснению явлений, имеющих место на уровне  $i+1$ .

3. Взаимосвязи между уровнями не симметричны. Для нормального функционирования объектов высшего уровня необходимо, чтобы успешно «работали» модели объектов более низкого уровня, но не наоборот.

Важное следствие иерархической организации состоит в том, что по мере объединения компонентов в более крупные единицы на новых ступенях иерархической лестницы возникают новые свойства, отсутствующие на предыдущих ступенях. Эти свойства нельзя предсказать исходя из свойств компонентов, составляющих новый уровень. Этот принцип называется эмерджентностью системы. Суть его: свойства целого невозможно свести к сумме его частей. Например, водород и кислород, находящиеся на атомарном уровне, при соединении образуют молекулу воды, обладающую уже совершенно новыми свойствами. В системной теории информации вводится коэффициент эмерджентности Хартли, который представляет собой относительное превышение количества информации о системе при учете системных эффектов (смешанных состояний иерархической структуры ее подсистем и т.п.) над количеством информации без учета системности.

Учет эмерджентности, т.е. использование объективно установленных взаимосвязей между свойствами почв дает принципиальную возможность контроля и уточнения независимо проводимых отдельных измерений.

Качество модели часто не может превышать уровня худшей из ее субмоделей. Если подсистемы определены плохо, то при исследовании реакций системы в целом и сопоставлении их с результатами наблюдений трудно установить, какие именно из аспектов подсистем приводят к росту значений функций отклика. Чем больше модель (размер ее определяется числом учтенных подсистем), тем пристальней к ней следует относиться.

**Принцип множественности описания объекта.** В связи с принципиальной сложностью системы ее адекватное познание требует построения множества различных моделей, каждая из которых описывает определенный аспект. Многообразие аспектов – урожайность, ее устойчивость и качество урожая, охрана почв и окружающей среды от деградации и загрязнения, экономическая эффективность, разная сложность управления, зависящая от размеров территории и уровня плодородия различных культур, природных условий – создает необходимость разрабатывать систему моделей.

Одним из возможных направлений в агрохимических исследованиях является экспериментальное изучение связей урожая со свойствами почв и удобрениями. Многочисленные исследования в этом направлении показали, что связь урожая со свойствами почв чрезвычайно сложная. Сложность обуславливается тем, что на продуктивность растений одновременно влияет ряд факторов – величины переменные, изменчивые как в пространстве, так и во времени. С внесением в почву минеральных и органических удобрений взаимосвязь между свойствами почв и урожаем сельхозкультур еще в большей степени усложняется, так как удобрения влияют как на продуктивность растений, так и на свойства самой почвы.

По временным аспектам выделяют статические системы, постоянные в течение определенного времени, и динамические, изменяющиеся во времени. Динамические системы разделяются на детерминированные, состояние которых в любой момент времени можно однозначно установить, и стохастические, т.е. вероятностные.

Основной метод исследования систем – системный анализ – систематизированное изучение сложного объекта, проводимое для выяснения возможностей улучшения функционирования этого объекта. Согласно определению Дж. Джефферса (1981), системный анализ – это стратегия научного поиска. Системный анализ способствует организации знаний исследователя таким образом, чтобы помочь предсказать результаты воздействий на систему, выбрать наилучшее решение, касающееся, например, структуры посевных площадей, систем севооборотов, обработки почвы, применения удобрений, мелиоративных мероприятий. Подлинно научным методом системный анализ становится лишь тогда, когда на всех этапах опирается на количественный анализ проблемы, используя адекватные модели. Однако сельскохозяйственные системы включают в себя факторы, не поддающиеся строгой количественной оценке. Поэтому в

процессе принятия решения приходится осуществлять выбор альтернатив в условиях неопределенности.

Системный подход позволяет более четко сформулировать задачи исследований, целенаправленно систематизировать их, научно обосновать очередность проведения исследований и их содержание, выявить и изучить разные факторы. Системный подход особенно важен в настоящее время, когда в круг традиционных гидролого-мелиоративных задач составной частью входят новые экологические задачи, связанные не только с охраной подземных вод от истощения и загрязнения, но и с охраной всей окружающей среды.

Реализация системного подхода при исследовании водохозяйственных задач позволяет не только проанализировать проблему и построить дерево целей, ввести и использовать логические этапы решения, но и поставить задачу наиболее рациональным образом.

В рамках системного анализа распространено принятие решения на основе так называемого здравого смысла. Лицо, принимающее решение (ЛПР), обосновывает его последовательными рассуждениями. Решения принимаются в процессе диалога ЭВМ с экспертами. В результате итерационной (выполняемой путем последовательного приближения к лучшему решению) процедуры принятия решений постепенно происходят уточнение модели объекта и уточнение предпочтений ЛПР.

Более строго принимаются решения на основе логики. Различия в выработке решения между двумя подходами состоят в том, что при использовании научных методов системного анализа проводится четкая грань между количественным и качественным анализами, и каждый из них применяется там, где он наиболее полезен. Итак, главный рабочий инструмент системного анализа – это модель.

## **2.1 Моделирование в системном анализе**

Системный анализ – это целенаправленное изучение сложного, многокомпонентного объекта, проводимое для прогноза его поведения при различных воздействиях и для выяснения возможностей улучшения функционирования этого объекта. Системный метод ориентирует исследователя на раскрытие структуры изучаемого объекта, на выявление взаимосвязей между его компонентами и выработку стратегий эффективного управления.

Под математической моделью понимают абстрактный заменитель реальной системы, отражающий основные стороны ее строения или функционирования и создаваемый с целью прогнозирования поведения данной системы и оптимального управления ею. Математическое моделирование – важнейшее достижение научно-технического прогресса, позволяющее более глубоко проникать в суть явлений, предсказывать результаты внешних воздействий на систему, что особенно важно, когда



прямой эксперимент невозможен или является слишком дорогим, или связан с возможностью возникновения непредсказуемых последствий такого эксперимента.

Любая научная дисциплина в процессе перехода от качественных описаний к количественным в некоторый момент достигает такого уровня, когда для описания связей между теорией и экспериментом наиболее действенным оказывается использование математического аппарата.

Почва представляет собой сложное природное тело, подверженное бесчисленным внешним воздействиям и характеризующееся большим количеством внутренних процессов со специфическими механизмами взаимодействия, которые взаимно обусловлены и тесно взаимосвязаны. Поэтому при изучении почвенных процессов необходимо принимать сложность за существенное неотъемлемое свойство. Основы представлений об эволюции почвенного покрова как о результате действия системы процессов были заложены В.В. Докучаевым.

Системный подход, т.е. изучение объекта исследования как системы, органически присущ почвоведению. Впервые в неявном виде системный подход был осуществлен именно в почвенно-агрохимических исследованиях. На каждом этапе исследования системы следует применять тот метод, который эффективен в данном случае.

В самом общем виде математические модели можно грубо разделить на описательные (эмпирические) и теоретические.

Описательная система дает представление о том, что произойдет на выходе системы. Теоретическая – объясняет, как и почему изменения на входе системы приводят к той или иной реакции на выходе. Так теоретическая модель системы «почва – растительный покров – приземный воздух» подробно описывает важнейшие процессы трансформации питательных веществ в почве и поступления их в растение, водный обмен, ростовые функции и другие процессы, которые в конечном итоге приводят к образованию урожая.

В любой модели используются наблюдения, знания и предположения. Для исследовательской модели допустимо и даже желательно, чтобы доля предположений была как можно выше. К моделям управления предъявляются противоположные требования. Необходимо, чтобы знания и факты, преимущественно используемые при моделировании, обладали достаточной достоверностью.

Прежде чем утвердить программу прикладных исследований, целесообразно критически оценить, насколько реальны шансы на получение желаемых результатов в фундаментальных науках с учетом современного их состояния, продолжительности планируемых работ и возможностей материально-технического обеспечения.

**Имитационные модели.** В тех случаях, когда аналитические модели неэффективны, используют имитационные методы, для которых необязательны ни линейность, ни постоянность зависимостей. Это основное

преимущество имитационных методов, благодаря которому можно создавать модели с несравненно большим содержанием, чем аналитические, которые обуславливают высокую степень абстрагирования и упрощений, что делает подобные модели значительно искажающими реальную действительность. В имитационных моделях можно достичь необходимой степени достоверности. При этом используют такие приемы моделирования, которые позволяют сложную систему представить не в аналитическом виде, а в виде машинной программы.

Главной задачей, которая должна решаться системой моделей, является прогнозирование изменения стояния среды при различных воздействиях. Основной проблемой в этой ситуации является отыскание критериев принадлежности каждого из компонентов среды к тому или иному состоянию. Эти критерии являются по существу интегральными показателями, характеризующими основные свойства данного компонента среды.

Имитационное моделирование ориентировано на использование современных мощных компьютеров. При таком подходе возрастают доля и значение логических операций типа «если..., то...». Следовательно, при подобном методе формализации динамики природных объектов важна разработка критериев перехода из одного состояния в другое.

Так как компоненты среды являются сложными саморегулирующимися системами, они отличаются типичными реакциями на внешние воздействия в определенных состояниях, а последние можно определить с помощью интегральных оценок. В работе [43] сформулированы требования к интегральным показателям и предложены формулы для индекса (S) плодородия почвы, коэффициента благоприятности климата (CL) и продуктивности биомассы (B).

Интегральные показатели, определяющие состояние компонентов среды, можно использовать при математическом описании системы в теории расплывчатых (нечетких) множеств. В такой постановке эти показатели есть критерии принадлежности данного «объекта» к определенному состоянию, которое интерпретируется как расплывчатое множество. Такой подход дает возможность использовать машинный эксперимент в процессе создания моделей.

Фактически имитационные модели представляют собой расчетные комплексы, которые позволяют выяснить, какие возможны результаты при различных сочетаниях переменных. Тем самым эти модели дают руководителю, принимающему решение, информацию, необходимую для принятия оптимального решения в конкретной ситуации. Имитация – всегда выборочный эксперимент, который проводится на математической модели, а не на реальном объекте. В настоящее время можно отметить два направления развития имитационного моделирования, где предлагаются конструктивные методы компенсации априорной неопределенности и стохастического характера экологических систем. Первое направление оформилось в виде методики решения задач идентификации и верификации как

последовательного процесса определения и уточнения численных значений коэффициентов модели. Второе направление связано со стратегией поиска скрытых закономерностей моделируемой системы и интеграции их в модель.

В любом статистическом эксперименте необходимо тщательное планирование и анализ. Планирование должно обеспечить эксперимент, содержащий максимум информации. Это возможно только в том случае, когда для выборки имитационных схем применяют статистические методы планирования эксперимента. Методы статистического планирования и анализа имитационных экспериментов описаны Дж. Клейном.

По принципу определенности решений модели подразделяют на детерминистические и стохастические (вероятностные).

**Детерминистические** – это модели, в которых каждой совокупности исходных условий соответствует единственный результат. Однако в земледелии наблюдается значительная изменчивость реакции процессов на внешние воздействия в связи с тем, что распределение многих факторов, влияющих на результат функционирования системы, носит случайный характер. В реальных условиях для каждого определенного сочетания управляемых факторов характерно множество значений выходных параметров, которое зависит от значений неуправляемых факторов (например, погодных условий).

**Стохастические модели** являются результатом обработки экспериментальных данных, полученных на исследуемом объекте (или его физической модели) в определенном диапазоне изменения условий процесса. Статистические модели имеют простую структуру, чаще всего в виде полинома той или иной степени. Область их применения ограничена изученным диапазоном изменения условий. Если в детерминистических моделях предсказываемые значения могут быть точно выяснены, то в статистических моделях эти значения зависят от распределения вероятностей. Значение этих моделей и состоит в том, чтобы отразить изменчивость рассматриваемых систем. В последние годы используют теорию информации и статистические приемы для оценки степени информативности данных и установления с данной вероятностью связей между выявленными факторами.

В отличие от детерминированных систем, в которых на каждое управляющее воздействие следует строго определенная реакция, в вероятностных системах (например, динамическая система «почва – климат – растительный покров») при одном и том же воздействии управляемых факторов может быть получено несколько различных результатов в зависимости от сложившегося соотношения неуправляемых факторов (погодные условия и др.).

Если функционирование системы имеет вероятностный характер, то значения переменных в начальный момент времени и воздействия на нее извне позволяют установить лишь вероятностное распределение этих величин в последующие периоды времени.

Но закономерности распределения неуправляемых факторов известны (мы не знаем, какая погода будет в планируемый вегетационный период, но известно, что в данном районе засуха или избыточное переувлажнение повторяются с определенной частотой). Потому возможно определить вероятность получения заданного урожая или урожая ниже планируемого на определенную величину (степень риска).

В стохастической модели присутствует одна или несколько случайных переменных, заданных соответствующими законами распределения. Это дает возможность оценивать не только среднее значение прогнозируемого параметра, но и его дисперсию. Стохастические модели эффективно описывают поведение систем, находящихся под влиянием трудно прогнозируемых погодных условий, например, динамику популяций, урожайность сельхозкультур, функционирование оросительных и дренажных систем и т.д.

Чем больше неопределенность в поведении системы, тем эффективнее оказывается стохастическая модель. Такие процессы, как миграция, химические превращения, имеют выраженный случайный характер и обретают детерминизм, только когда в силу вступают законы больших чисел.

## **2.2 Основные этапы моделирования**

В наиболее обобщенном виде (независимо от типа модели) можно выделить следующие этапы моделирования: [32]

- постановка задачи и ограничение степени ее сложности,
- анализ имеющихся моделей данного объекта и обоснование выбора типа модели;
- разработка качественной модели в виде блок-схемы;
- формализация качественной модели и идентификация ее структуры;
- определение вида функций и параметров модели;
- оценка адекватности;
- внедрение модели.

На втором этапе необходимо наметить возможные способы улучшения функционирования системы и разработать комплекс мероприятий, направленных на достижение цели. При наличии нескольких целей следует установить последовательность приоритетов.

Цель может быть достигнута несколькими способами. Не все они одинаково экономичны и эффективны; они могут иметь различные ограничения на использование. Поэтому на следующих этапах исследований эти способы должны быть подвергнуты сопоставлению.

Более совершенная модель полнее учтет сложности реального объекта, даст высокую точность с точки зрения неопределенности. Но возможно и возрастание неопределенности, связанной с ошибками измерения отдельных параметров модели. Новые параметры, вводимые при усложнении модели, определяются в полевых и лабораторных условиях, в

их оценке всегда есть некоторая ошибка. Пройдя через имитационный этап, эти ошибки измерений способствуют возрастанию неопределенности полученных прогнозов. В связи с этим при создании модели целесообразно уменьшать число включенных в рассмотрение параметров. Но в то же время чрезмерное упрощение приводит к потере способности модели адекватно отражать свойства реальной модели.

Степень допустимого упрощения возможно установить лишь путем прямого сравнения поведения упрощенной модели с поведением репрезентативного набора состояний моделируемого объекта.

**Модели регрессионного типа.** Связь урожая со свойствами почв может быть установлена регрессионной моделью. Обычно применяют одну из форм задания функции плодородия ( $Y$ ): полиномиальную

$$Y = a_0 + a_1X_1 + b_1X_1^2 + a_2X_2 + b_2X_2^2 + c_1X_1X_2,$$

или мультипликативную

$$Y = a_0f_1(X_1)f_2(X_2)...f_n(X_n)....,$$

где  $a, b, c$  – эмпирические коэффициенты;  $X_1, \dots, X_n$  – факторы плодородия почвы;  $f_1, \dots, f_n$  – некоторые функции, определяющие влияние отдельных факторов на урожай.

Модели, получаемые на основе факториальных экспериментов, имеют локальное значение. Они правомерны только в тех условиях, в которых проводился эксперимент. Ни одна из регрессионных моделей не может удовлетворить все основные требования одновременно – учитывать все главные факторы, охватывать достаточно широкий диапазон изменчивости факторов и учитывать их взаимодействие, устанавливая вероятностные характеристики системы. Для этого необходимо несколько моделей, каждая из которых может дать удовлетворительные результаты при решении определенного класса задач и в конкретных условиях.

### 2.3 Оценка адекватности модели

Модель может быть принята для практического использования в соответствии с ее назначением только после сравнения поведения данной модели и реальной системы в аналогичных условиях. Оценка адекватности включает два этапа – верификацию и валидацию.

Верификация должна быть четко очерченным этапом исследований. Проверку степени правдоподобия целесообразно проводить на тех данных, которые не были использованы при составлении модели.

На этапе верификации устанавливают, является ли общее поведение модели достоверным отображением реальной системы, т.е. работает ли модель так, как задумано. Верификация – это не точная проверка гипотез, лежащих в основе модели, а субъективная оценка

поведения модели с точки зрения соответствия замыслу исследователя. Верификация используется для контроля методологической корректности, а именно для проверки того, что включенные в модель формальные соотношения правильно отражают выбранную концепцию, что они не имеют внутренних противоречий и несоответствий в размерности, что предусмотренные математические преобразования не содержат ошибок.

Валидация – количественная оценка соответствия модели поставленной перед ней цели. В отличие от верификации валидация количественно выражает, в какой степени выход модели согласуется с результатом, полученным при аналогичном воздействии на реальную систему.

Наибольшее распространение при количественной оценке моделей получил метод статистических испытаний. Модель адекватна, если при всех испытанных условиях ее предсказания согласуются в известных пределах с результатами, полученными при аналогичных воздействиях на реальную систему.

При оценке модели возможны два варианта:

1. Результаты оценки адекватности модели неудовлетворительны, что часто наблюдается на начальной стадии моделирования. Тогда проводят анализ причин неудовлетворительного поведения модели: прежде всего уточняют входную информацию о моделируемом объекте. В случае необходимости уточняются постановка задачи, структура, вид функций и параметры модели. И снова проводится сопоставление модели с реальным объектом.

2. Результаты изучения адекватности модели удовлетворительны, и ее принимают к эксплуатации. При этом должна быть создана гибкая система программ, обеспечивающая пользователям удобный контакт с компьютером.

Верификация и валидация – непрерывный процесс, который должен сопутствовать всем стадиям моделирования с момента разработки и до окончания эксплуатации модели.

Необходима также проверка модели на уровне всей биосистемы. В любой системе должен соблюдаться баланс вещества, т.е. количество аккумулированного в системе вещества вместе с его выносом из системы должно равняться количеству поступившего в систему вещества. При суммировании уравнений все переносимые внутри системы количества химического элемента взаимно уничтожаются, остаются только внешние источники и стоки.

Подгонка моделей связана с такой корректировкой значений параметров  $P$  и начальных условий переменных  $X_i (i = 1, n)$ , которая приближала бы модель к описываемой ею реальной системе при сохранении выбранной структуры и базовых уравнений. Например, пусть у реальной системы измеряется конкретная характеристика  $Y_n$  раз в определенные моменты времени  $t_1, t_2, \dots, t_n$  и соответственно фиксируются

значения  $y_1, y_2, \dots, y_n$ . При тех же условиях по модели фиксируем состояния  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ , где  $Y_i$  – прогнозируемые величины характеристик системы. Если имеется разница между значениями  $y_i, Y_i$ , то ее величина называется невязкой и обозначается

$$r_i = y_i - Y_i \text{ или } r_i = \ln\left(\frac{y_i}{Y_i}\right).$$

Можно вычислить сумму квадратов невязок

$$R = \sum_{i=1}^n a_i r_i^2,$$

где  $a_i$  – некоторый весовой коэффициент, который применяется в случае, когда невязка имеет разную качественную значимость. При этом

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n = 1.$$

Сумма невязок используется в качестве меры близости модели к ее прототипу и может быть разбита на две составляющие

$$R = R_{ad} + R_e,$$

где  $R_{ad}$  – отражает неадекватность модели прототипу;

$R_e$  – ошибки в экспериментальных данных.

## 2.4 Методы принятия решений в земледелии и мелиорации

Главная задача модели – выдать информацию, которая служила бы основой для оптимального решения практических задач управления в земледелии. Поддержка решений с использованием моделей может осуществляться применительно к задачам, которые подразделяются на три класса:

1. Оценка существующего мелиоративного состояния агроэкосистемы и ее компонентов, таких как содержание влаги или солей в почве, глубина проникновения корней, листовой индекс или биомасса растений.

2. Прогнозирование поведения агроэкосистемы: доступная для растений влага, скорость развития и ожидаемый урожай.

3. Управление продуктивностью посева с помощью поливов, азотных подкормок и других агротехнических и мелиоративных мероприятий.

Для решения проблем первого класса достаточно знать прошлые и текущие погодные условия. И невозможно решать задачи второго и третьего классов, не имея эффективного метода прогноза погоды. Кроме того, решения последних задач требуют наличия специальных программных средств для организации компьютерных экспериментов, хранения полученных данных обработки результатов этих экспериментов.

Особенность сформулированных задач связана с естественной сезонной цикличностью сельскохозяйственного производства. Можно выделить три временных уровня принятия решений:

- многолетние перспективные решения;
- технологическая подготовка к текущему сезону вегетации, т.е. решения, принимаемые на предстоящий сезон;
- оперативные решения.

Существование трех взаимосвязанных временных уровней принятия решений является характерной чертой земледелия и мелиорации и отражает тот факт, что процессы в агроэкосистеме протекают непрерывно, а воздействие на нее осуществляется в дискретные моменты времени. К первому уровню относятся решения о проведении мелиорации земель – в частности, о проектировании строительстве осушительных или оросительных систем, о введении севооборотов и т.д. Вопросы обоснования технологии на текущий сезон вегетации относятся ко второму уровню. Например, формирование графика гидромодуля на основании данных о распределении культур по полям севооборотов и их потребности в оросительной норме. Эти решения не реализуются полностью, а лишь служат для обоснования потребности в тех или иных ресурсах. Реализация всех агротехнических и мелиоративных мероприятий осуществляется на стадии оперативного управления. Тогда производится корректировка плановых решений с учетом складывающейся в данном сезоне метеорологической обстановки.

Составленная модель дает возможность прогнозирования отдаленных последствий мелиорации земель: оценку вероятности их засоления и заболачивания, повышения уровня грунтовых вод и т.д. Используя многолетние погодные данные и ориентируясь на те ситуации, которые чаще всего повторялись в прошлом, можно произвести расчет параметров мелиоративной системы, обеспечивающей оптимальное использование поливной воды при удовлетворении требований по охране окружающей среды.

На стадии технологической подготовки производства использование моделей сводится к уточнению ряда показателей запланированных режимов орошения. Это может быть связано с изменением в предстоящем сезоне вегетации состава выращиваемых культур или их размещения по территории орошаемого массива.

В режиме оперативного управления используются динамические модели. Организовать систематические наблюдения, например, за текущими влагозапасами на всех полях орошаемого массива практически невозможно. В то же время имеется реальная возможность осуществить соответствующие модельные расчеты, располагая только агрометеорологической информацией.

На любом уровне процесс принятия решения базируется на результатах итеративных расчетов и использует анализ исследования моделей управления и феноменологических моделей, описывающих протекание физических процессов при тех или иных условиях функционирования водохозяйственной системы. Это процессы переноса



воды и примесей, водный и солевой режим почв в районах орошения и зонах транспортировки воды, режим формирования водных ресурсов.

Отметим основные цели моделирования плодородия и основные требования к моделям плодородия [1]

Научные цели – выявить недостаточно разработанные вопросы и мало изученные объекты, получить новые знания при последующем анализе моделей. Практические цели – диагностика и прогноз плодородия, мониторинг, конкретизация хозяйственной деятельности с учетом многочисленных критериев оценки ее результатов. Из этих целей вытекают основные требования к моделям плодородия.

1. Модели плодородия должны описывать различные возможные состояния (уровни) экосистемы или отдельных ее компонентов, в том числе почвы. Эти уровни будут теми нормативами или реперами, с которыми можно сравнивать конкретные реализации экосистемы или ее компонентов, конкретизировать реально достижимые цели управляющих воздействий.

2. Модели плодородия должны позволять имитировать собственно динамические процессы в экосистеме, а также прогнозировать реакцию растений, свойства почвы и окружающей среды, изменение круговорота и баланса веществ, энергии, информации под влиянием управляющих воздействий или природных динамических процессов, выходящих за рамки системы (например, климата).

3. Модели плодородия должны позволять имитировать процессы управления плодородием.

Перечислим модели, наиболее широко применяемые в мелиоративной гидрологии: [58]

- суммарного испарения;
- влагозапасов и влагообмена зоны аэрации с водоносным слоем;
- поверхностного стока;
- дренажного и коллекторного стока;
- внутригодового распределения водоотведения;
- инфильтрации воды в почву и инфильтрационного питания грунтовых вод;
- положения уровней грунтовых вод;
- избытков влаги в почве и недостатков водопотребления сельскохозяйственных культур;
- оценки состояния и прогноза изменения стока и минерализации вод;
- выноса солей и удобрений.

Перечисленные модели могут быть использованы каждая самостоятельно, а также при системном анализе для оценки состояния и научно-технического прогноза изменения количественных и качественных характеристик речного стока.

## 2.5 Блок-схема модели агроэкосистемы

При построении моделей, направленных на решение практических задач, следует стремиться, по возможности, упростить описание процессов, имеющих место в действительности. В связи с этим возникает вопрос о выборе критерия такого упрощения.

В моделях, ориентированных на проведение научных исследований, процессы описываются на физическом, т.е. на содержательном уровне. На долю регрессионных зависимостей остаются только процессы, относительно которых в настоящее время общепринятое теоретическое представление отсутствует. Физическое описание допускает перенос общей структуры модели на другие условия путем изменения численных значений параметров. Например, зависимость между водным потенциалом почвы и ее влажностью определяется плотностью почвы, ее гранулометрическим составом, содержанием гумуса и рядом других характеристик.

В прикладных моделях наблюдается обратная тенденция – по возможности, использовать простые регрессионные модели. Однако регрессия всегда локальна, «привязана» к целому комплексу внешних характеристик (почве, культуре, климату и погоде, уровню агротехники). Поэтому при выборе модели надо сбалансировать степень ее универсализации и специализации. Процессы, влияющие на конечный результат, должны быть описаны с достаточной степенью детальности, в то время как сопутствующие им процессы допускают более грубую аппроксимацию.

Рассмотрим структуру модели, которая включает в себя шесть основных блоков.

В блоке метеоинформации формируются ежесуточные данные о погоде, представляющие собой неконтролируемые входные воздействия модели. При этом в зависимости от характера решаемых задач имеется возможность либо использовать информацию о прошлых реализациях метеоусловий, либо генерировать соответствующие величины с помощью генератора погоды.

Блок радиации и фотосинтеза выполнен в двух модификациях. В упрощенном варианте предусматривается вычисление суммарного за сутки радиационного баланса посева и радиационного баланса на поверхности почвы. Полный вариант содержит дополнительно подблок, рассчитывающий поглощение ФАР посевами и интенсивность фотосинтеза. Потребность в таком усложнении возникает в случаях, когда ставится задача имитировать продукционный процесс с учетом перераспределения ассимилянтов между наземной и корневой частями растения (например, в модели люцерны).

Водный баланс посева моделируется в блоке динамики почвенной влаги, также существующем в двух вариантах. Когда без особого ущерба для точности решаемой задачи можно пренебречь перетоками влаги между почвенными слоями, разумно использовать так называемую

«однослойную» модель. При этом основной характеристикой влажности почвы становится влагозапас в корнеобитаемом (или в метровом) слое, распределение влаги в котором считается равномерным. Если возникает необходимость более детального рассмотрения процесса влагопереноса, например, с целью изучения вопросов миграции питательных веществ, следует отдать предпочтение многослойной модели, предусматривающей разбиение почвенного массива на отдельные почвенные слои (компарменты).

В блоке роста и развития осуществляется расчет прироста биомассы растения, динамики формирования листовой поверхности, срока наступления фенофаз и процесса формирования конечного урожая.

Блок гидрогеологии формирует нижнее граничное условие краевой задачи с учетом возможного влагообмена почвогрунтов с подземными водами. В этом же блоке осуществляется связь влагообмена в ненасыщенном слое почвы со слоями, насыщенными влагой.

В блоке принятия решений формируются значения поливных норм. Они могут просто задаваться пользователем или вычисляться на основе тех или иных критериев, заложенных в модель.

Модель, реализованная на компьютере, характеризуется следующим набором векторов:

$x(k)$  – вектор состояния на  $k$ -м шаге, включающий такие характеристики агроценоза, как влажность почвы (по слоям), поглощенная посевом радиация, текущая величина биомассы отдельных органов растения, листовой индекс, т.е. совокупность переменных, изменяющихся от шагу к шагу;

$a$  – вектор параметров модели (коэффициенты ОГХ и функции влагопроводности, коэффициенты дыхания органов растения, теплоемкость и теплопроводность почвы и т.д.);

$s(k)$  – вектор контролируемых входных воздействий, в данном случае – поливов:

$$s(k) = \begin{cases} 0 & \text{– отсутствие поливов в } k\text{-й день,} \\ s^*(k) & \text{– норма полива в } k\text{-й день.} \end{cases}$$

$v(k)$  – вектор контролируемых внешних воздействий – суточная метеоинформация: минимальная и максимальная температуры воздуха, минимальная относительная влажность воздуха, сумма осадков за сутки, среднесуточная скорость ветра и одна из характеристик радиации – приходящая к посеву радиация, облачность или длительность солнечного сияния.

Состояние системы на  $(k+1)$ -м шаге определяется следующим соотношением:

$$x(k+1) = f(x(k), a, s(k), v(k)).$$

Далее необходимо задать некоторое начальное состояние, т.е.  $x(0)$ . В дальнейшем продукционный процесс управляется переменными внешних воздействий (поливом  $s(k)$  и погодой  $v(k)$ ).

Если стоит задача оптимального управления, анализируются альтернативные варианты управления системой и выбирается наилучший. На этом этапе проявляется преимущество системного анализа – возможность воспроизведения множества вариантов функционирования реальной системы с помощью математических моделей.

Общий подход к решению задачи водного обмена в почве требует совместного рассмотрения процессов массообмена в сложной системе, включающей все зоны движения воды. К ним относятся: фильтрация воды в зоне полного насыщения, движение влаги в зоне частичного насыщения (зона аэрации), испарение с поверхности почвы, транспирация растений и др.

### 3. АГРОФИЗИКА ПОЧВ

#### 3.1 Основные законы движения веществ и энергии в почве

Почва, ее физические свойства – одно из центральных понятий продукционного процесса. Почва обеспечивает растения питательными веществами и водой, преобразует солнечную радиацию в тепло, хранит это тепло.

Почва как компонент ландшафта и объект сельскохозяйственного использования и мелиорации является открытой саморегулирующейся системой, существование и функционирование которой обеспечивается постоянным обменом веществом и энергией с окружающей средой (атмосферой, растениями, почвообразующими породами, поверхностными и подземными водами).

Потоки состоят из «вещества-носителя» (воздушная масса, гидромасса, биомасса). Характеристиками потока являются фазовые переменные, определяющие состояние системы в любой момент времени. Это, например, содержание гумуса или концентрация микроэлементов в почве. В число переменных состояния желательнее включать количественные характеристики или свойства системы, которые являются независимыми и поддаются измерению. Переменные скорости определяют темп или интенсивность протекания процессов в системе в данный момент времени. Понятие процесса здесь имеет широкое толкование – это и химические преобразования, и превращения, и физическое перемещение. Размерность этих переменных определяется отношением той или иной величины к единице времени. Например, интенсивность миграции элементов по почвенному профилю, темп роста, скорость поглощения питательных веществ из почвенного раствора и т.д.

Направленность и интенсивность развития почвенных процессов определяются характером взаимодействия потоков вещества и энергии различного происхождения (природных, антропогенных) [63]

В основе дифференциальных уравнений лежат фундаментальные законы природы – закон сохранения массы, закон сохранения энергии, термодинамические уравнения химических равновесий. Уравнения дополняются эмпирическими моделями отдельных почвенных микропроцессов, и таким образом составляется целостная модель, описывающая изучаемое явление.

Взаимодействия между элементами системы и с внешней средой представляют собой разнообразные формы энерго- и массообмена, который выражается через взаимодействие полей давления (или пьезометрического уровня), температуры и плотности.

При описании круговорота веществ и энергии в природе и в техно-природных системах используют следующие основные законы.

*Второй закон Ньютона* описывает движение твердых тел – ускорение движения твердого тела прямо пропорционально сумме действующих сил  $F$  в направлении движения и обратно пропорционально массе тела  $M$ :

$$dv/dt = F/M, \quad (3.1.1)$$

где  $v$  – скорость;  $t$  – время.

*Закон теплопроводности Фурье* определяет плотность теплового потока, т.е. потока через единичную площадь в единицу времени:

$$q_T = - \lambda d\theta/dx, \quad (3.1.2)$$

где  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности;  $\theta$  – температура,  $d\theta/dx$ , – градиент температуры вдоль оси потока, знак минус означает, что направление потока тепла противоположно градиенту температуры, следовательно, тепло движется в сторону падения температуры.

*Закон Фика* описывает процесс диффузии в растворах, т.е. установление равновесного распределения концентраций при постоянной температуре и отсутствии внешних сил:

$$q_c = - Ddc/dx. \quad (3.1.3)$$

где  $D$  – коэффициент диффузии;  $c$  – концентрация вещества,  $x$  – координата, вдоль которой происходит движение раствора.

Закон Фика определяет движение растворенного вещества против градиента его концентрации.

*Закон Дарси* описывает медленное (ламинарное) течение жидкости через пористую среду со скоростями, измеряемыми сантиметрами или миллиметрами в сутки, т.е. фильтрацию или влагоперенос:

$$q_\phi = - k_\phi dH/dx. \quad (3.1.4)$$

где  $q_\phi$  – скорость фильтрационного потока (единичный поток жидкости через единицу поверхности пористой среды)  $k_\phi$  – коэффициент

фильтрации, учитывающий свойства пористой среды и свойства жидкости (плотность и вязкость);  $H$  – напор фильтрационного потока. Следует иметь в виду, что  $q_{\phi}$  – это не истинная скорость фильтрующейся жидкости, последняя в  $1/p$  раз больше,  $p$  – пористость.

Приведенные фундаментальные законы позволяют получить уравнения движения вещества, переноса тепла в дифференциальной форме, рассматривая их баланс в бесконечно малом объеме за бесконечно малое время.

Структура дифференциальных уравнений зависит от учета других факторов, вызывающих перенос. Например, при описании токсичных солей в почвах надо учитывать не только их диффузию за счет разности концентраций, но и перенос ионов потоком влаги, возможность их сорбции твердой фазой, образование нерастворимых форм, поглощение корнями растений.

Применительно к загрязнению почв и грунтов соединениями азота помимо перечисленных надо учитывать процессы аммонификации, нитрификации, происходящие в почве в результате биохимических процессов.

Системы дифференциальных уравнений переноса, дополненные уравнениями состояния, описывающими такие процессы, как сорбция-десорбция, растворение-кристаллизация и т.п., вместе с начальными и граничными условиями, являются математическими моделями природных процессов, которые широко используются при прогнозировании природных процессов и при изучении их изменений под действием различных антропогенных факторов.

### 3.2 Круговорот воды в природе

Одним из основных факторов, определяющих массоперенос в грунтах, является миграция жидкости. Для сельского хозяйства наибольший интерес представляет изучение переноса влаги и растворенных веществ в верхнем культурном слое грунтов, называемом почвой. Под воздействием силы тяжести и гидродинамического давления подземная вода, полностью или частично заполняющая поры, перемещается из одних участков грунта в другие. Движение воды в грунте, именуемое фильтрацией, может охватывать огромные территории и развиваться в течение десятков лет. Вода, участвующая в фильтрационном движении, называется свободной, или грунтовой.

Вода является непреходящим участником фотосинтеза – единственного природного процесса, обеспечивающего жизнь на Земле. Вода обладает довольно большой плотностью, малой вязкостью, хорошей растворяющей способностью, высокой теплоемкостью.

**Виды воды:** В зависимости от агрегатного состояния выделяют следующие виды воды – твердую (лед), парообразную и жидкую; по типу взаимодействия воды со скелетом породы – химически связанную, физически связанную, капиллярную, инфильтрационную и свободную гравитационную.

*Химически связанная вода* входит в минерал в виде молекул или в его кристаллическую решетку.

*Физически связанная вода* удерживается в виде пленки разной толщины около минеральных частиц скелета породы силами молекулярного и поверхностного притяжения (электрическими, осмотическими, коллоидными и др.). Чем ближе к частице расположены ионы и молекулы воды, тем крепче связи и тем упорядоченнее их положение. *Прочно связанная вода* не передает гидростатического давления. Максимальное ее количество определяется *гигроскопической*, или *адсорбционной*, *влажностью*. Удаленно расположенные молекулы и ионы образуют *рыхлосвязанную воду*. Она движется в основном под действием молекулярных сил, а в зоне аэрации и под действием градиента влажности. Эта вода может двигаться под действием силы тяжести. Максимальное количество физически связанной воды определяется *максимальной молекулярной* (пески) и *наименьшей полевой* (суглинки и глины) *влажностями*  $\theta_{\text{мл}}$ ,  $\theta_{\text{нс}}$ . Эта вода, занимая часть порового пространства, уменьшает сечение, через которое движется свободная вода.

В зависимости от нахождения в пустотном пространстве породы и механизма передвижения в зоне аэрации *капиллярная вода* подразделяется на *повешенную* и *собственно капиллярную*. Собственно капиллярная вода образует по границе с областью полного насыщения или над уровнем грунтовых вод некоторую зону с переменной по высоте влажностью, которую называют *зоной капиллярной каймы* (ЗКК). По мере удаления от этой области количество свободной воды в порах уменьшается, так как она в зависимости от диаметра пор поднимается на разную высоту от уровня грунтовых вод. В поровом пространстве содержится и свободный воздух. Влажность породы в этой части ЗКК уменьшается до максимальной молекулярной или наименьшей полевой влажности.

*Инфильтрационная вода* является свободной гравитационной, появляется и движется в зоне аэрации только при влажности пород, равной или большей максимально молекулярной, но меньше полной. Характер ее движения зависит от того, сколько свободной воды поступает в зону аэрации и какие по размерам поры и трещины имеют породы, слагающие зону. Если поры и трещины крупные, а инфильтрующейся воды мало, то возникает свободное просачивание отдельными каплями и струйками без заполнения всего сечения пор. Если инфильтрующейся воды много, она заполняет все поры и трещины и возникает процесс, который называется *нормальной инфильтрацией*.

*Собственно свободная гравитационная вода* находится в зоне полного насыщения и образует разнообразные водоносные горизонты с грунтовой и напорной водой. Двигается эта вода под действием гидравлического градиента.

*Показатели порово-трещинного пространства* – пористость  $n$ , приведенная пористость  $\varepsilon$ , удельная поверхность пустотного пространства  $S$ , коэффициент сжимаемости  $a_c$ , коэффициент объемного сжатия (расширения) скелета породы  $\beta_c$ .

В механике грунт рассматривают как пористую среду, состоящую из минеральных и коллоидных частиц, а также подземной воды, полностью или частично заполняющей поры. При изучении процессов движения воды в грунтах основываются на представлении о грунте как о сплошной среде с осредненными макроскопическими параметрами. Степень осреднения зависит от специфики исследуемого процесса. При решении различных задач размеры осредненной области могут сильно различаться – в пылевидных грунтах они ограничены несколькими миллиметрами, в зоне гидротехнических сооружений (водохранилищ, магистральных каналов), где область фильтрации охватывает десятки километров, они могут составлять несколько километров. При осреднении все неоднородности в грунте игнорируются и грунт в пределах области осреднения рассматривается как однородная среда.

Пористость количественно выражают через *коэффициент пористости*: отношение объема пустот  $V_n$  к объему всей породы

$$n = V_n/V, \quad (3.2.1)$$

или через *коэффициент приведенной пористости*: отношение объема пустот  $V_n$  к объему скелета породы  $V_c$

$$\varepsilon = V_n/V_c = nV/(1-n)V = n/(1-n). \quad (3.2.2)$$

Пористость определяется экспериментально и расчетным путем при известной плотности  $\Delta$  и объемной массе скелета  $\delta$  породы по формуле

$$n = (1 - \delta/\Delta)100\%. \quad (3.2.3)$$

Значение пористости почв находится в тесной связи с ее структурностью, плотностью и плотностью ее твердой фазы и меняется в широких пределах в разных почвах. В минеральных почвах пористость может изменяться от 45 до 80%.

Пористость изменяется в результате того, что часть скелета грунта при движении воды может растворяться, если в скелете грунта присутствуют растворимые в воде компоненты. В результате осушения пористость минеральных почвогрунтов в общем увеличивается. Причиной увеличения являются изменение коллоидного состояния почвы и ее структурирование.



При осушении торфяных почв процесс идет в противоположном направлении. В частности, пористость и водопроницаемость уменьшаются, плотность и плотность твердой фазы почвы увеличиваются. Степень изменения зависит от вида торфа, его минерализации, интенсивности и продолжительности осушения.

Гранулометрический состав – один из основных факторов почвенного плодородия. Оценка почв по гранулометрическому составу связана с формированием оптимального водно-воздушного режима.

Специфическим и важнейшим почвенным агрофизическим фактором является ее структура. Хорошая структура определяет хорошее проникновение влаги. За счет пониженной плотности повышается ее порозность – почва способна вместить и удержать большое количество воды, питательных веществ, в ней лучше движутся газы, активнее газообмен.

*Коэффициент трещиноватости* характеризует число или объем трещин, приходящихся на единицу площади или объема породы. Общая поверхность пор и трещин в  $1\text{см}^3$  породы весьма значительна и для глин достигает  $10\text{м}^2$  и более. Поэтому вода, двигаясь в породах, расходует свою энергию на трение о стенки пор и трещин и тем больше, чем меньше их размеры.

*Коэффициент упругого сжатия* определяют экспериментально на образцах. По результатам опыта строят компрессионную кривую  $\varepsilon = f(p_c)$ . Если она отвечает закону Гука, то на графике имеем прямую линию и справедлива зависимость

$$\Delta \varepsilon = - a_c \Delta p_c . \quad (3.2.4)$$

Наклон прямой к оси абсцисс определяет величину коэффициента сжимаемости  $a_c$ . Чаще пользуются коэффициентом объемного сжатия (расширения) породы  $\beta_c$ . Он связан с коэффициентом  $a_c$  зависимостью

$$\beta_c = (1-n)a_c . \quad (3.2.5)$$

где  $(1-n)$  – удельный объем скелета породы. Коэффициент  $\beta_c$  – величина, обратная модулю  $E$  упругости Юнга:  $\beta_c = 1/E$

и может быть определен по справочным данным. Модуль упругости измеряется в СИ в паскалях ( $\text{Па}$ )

Другой макроскопической характеристикой грунта является проницаемость  $k_{\text{пр}}$ , характеризующая свойство грунтов пропускать через себя жидкость. Величина проницаемости определяется экспериментально.

Для мелиорации наибольший интерес представляет изучение переноса влаги и растворенных веществ в верхнем культурном слое грунтов, называемом почвой. Почвы постоянно подвергаются переработке в результате хозяйственной деятельности человека, а также под воздействием растительных и животных организмов, погодных и других факторов. В почвах содержатся различные органические вещества, образующиеся в результате биохимического превращения растительных и животных остатков. В черноземах значительно больше коллоидных частиц, гумуса –

поэтому степень окомкования их большая, чем пустынных почв. Черноземам и каштановым почвам свойственны явления ионного обмена. Пористость (общая) черноземов – 0,56; каштановых почв – 0,50; сероземов – 0,42. Знание закономерностей влагопереноса в почвах необходимо для изучения плодородия почвы, правильной организации полива и внесения удобрений для повышения урожайности сельскохозяйственных культур.

### 3.3 Фильтрационные и емкостные свойства пород

Под воздействием силы тяжести и гидродинамического давления подземная вода, полностью или частично заполняющая поры, перемещается из одних участков грунта в другие. Движение воды в грунте – фильтрация – может охватывать огромные территории и развиваться в течение десятков лет. Но не вся вода, содержащаяся в грунте, способна принять участие в переносе – часть ее прочно удерживается силами молекулярной природы вблизи частиц грунта. Эти силы настолько велики, что даже при воздействии массовой силы, на несколько порядков превышающей силу тяжести, они продолжают удерживать определенное количество воды (связанная влага). В количественном отношении связанная вода может занимать от 12 (пески) до 100% (плотные глины) пористого пространства. Некоторые глины, несмотря на имеющуюся в них пористость, могут рассматриваться как непроницаемый для фильтрационного потока водоупор.

Вода, участвующая в фильтрационном движении, называется грунтовой. В грунте вода может находиться в различном агрегатном состоянии – в жидком, газообразном и кристаллическом (лед).

По степени наполнения пор водой можно выделить два основных состояния грунтов: насыщенное и ненасыщенное. При насыщенном состоянии поры грунта полностью заполнены водой.

*Влажностью* породы называют ее способность содержать то или иное количество воды в порах и трещинах.

Относительной характеристикой количества воды в грунте является объемная влажность

$$\theta = V_v / V,$$

где  $V_v$  – объем влаги в грунте объема  $V$ . В насыщенных грунтах  $V_v = V_p$ . Объемная влажность в этом случае называется *полной влагоемкостью*, численно равной пористости.

В ненасыщенных грунтах кроме воды в порах содержится воздух с парами воды. Влажность в ненасыщенных грунтах изменяется в широких пределах – от влажности  $\theta_0$ , создаваемой связанной водой (которая не участвует в движении и всегда присутствует в насыщенных и ненасыщенных грунтах), до полной влагоемкости. В последнем случае происходит насыщение грунта водой, т.е. грунт переходит от ненасыщенного к

насыщенному состоянию. Для характеристики степени насыщенности водой ненасыщенных грунтов используют влажность  $\theta$ ,

$$0, < \theta_0 \leq \vartheta \leq n < 1 \quad (3.3.1)$$

Процесс переноса влаги в ненасыщенных грунтах называют влагопереносом.

*Естественная влажность*  $\theta_e$  характеризует количество свободной и связанной воды, содержащейся в порах и трещинах пород в естественных условиях их залегания. Величина естественной влажности зависит от литологического состава пород, характера их порово-трещинного пространства, глубины залегания пород, температурных условий и других факторов.

*Коэффициент относительной влажности*  $k_\theta$  указывает, какая часть пор или трещин занята водой, и вычисляется по формуле

$$k_\theta = \frac{\theta_t}{\theta_s}, \quad (3.3.2)$$

где  $\theta_n$  – полная влажность.

Для зоны насыщения  $k_\theta \approx 1,0$ , для зоны аэрации  $k_\theta$  изменяется от 0,9 до 0,1; при 0,1 породу считают абсолютно сухой.

*Влагоемкостью* называют способность породы поглощать (т.е. вмещать) и удерживать на поверхности минеральных частиц некоторое количество воды. Различают породы: весьма влагоемкие (торф), влагоемкие (глины, суглинки), слабовлагоемкие (песчаники), невлгоемкие (пески, галечники).

Величина *водопродовимости*  $T$  для пластов с напорными водами постоянна во времени и равна  $T=km$ , а для пластов с грунтовыми водами  $T=kh$  и изменяется во времени в соответствии с изменением мощности  $h$  водоносных пород. Размерность  $[T]=m^2/сут$ , что позволяет трактовать ее как единичный расход, т.е. расход потока шириной в плане 1м при напорном градиенте, равном единице.

Водоотдача может быть гравитационной и упругой. *Гравитационная водоотдача* характеризует способность породы отдавать гравитационную воду путем свободного стекания при снижении уровня воды.

Скорость процессов осушения и насыщения пласта характеризуется *коэффициентом гравитационной емкости*  $\mu$ , который представляет собой изменение объема  $\Delta V_0$  свободной воды в порах при осушении (или насыщении) пород единичного элемента пласта (т.е. с единичной площадью горизонтального сечения), отнесенное к изменению уровня свободной поверхности  $\Delta H$ :

$$\mu = \Delta V_0 / \Delta H. \quad (3.3.3)$$

*Упругая водоотдача* (насыщение) характеризует то количество свободной воды  $\Delta V_d^*$ , которое может быть отдано (получено) объемом пласта площадью  $F$  и мощностью  $m$  за счет проявления упругих свойств воды и

породы. Коэффициент упругой водоотдачи  $\mu^*$  рассматривается при снижении напора на величину  $\Delta H$ .

$$\mu^* = V_e^* / F\Delta H. \quad (3.3.4)$$

Для оценки скорости процессов гравитационного осушения (или насыщения) системы в целом, т.е. скорости и характера изменения положения уровня грунтовых вод, используют *коэффициент уровнепроводности*

$$a = T / \mu = kh / \mu, \quad (3.3.5)$$

а для оценки скорости упругого «насыщения» или «осушения» - *коэффициент пьезопроводности*

$$a^* = T / \mu^* = km / \mu^*, \quad (3.3.6)$$

оценивающий скорость перераспределения давлений или напоров в пласте. Размерность  $a$ ,  $a^*$  равна  $m^2/сут$ .

### 3.4 Проницаемость, водопроницаемость, влагопроводность

*Проницаемость* – способность породы пропускать движущуюся жидкость или газ в условиях полного заполнения им всех пор и трещин. Степень проницаемости оценивается *коэффициентом проницаемости*  $k_n$  (в  $m^2$ ). Степень водопроницаемости оценивается *коэффициентом фильтрации*  $k$ , который измеряется в  $m/сут$  или  $см/с$ . Это одна из основных характеристик, которой пользуются при оценке количества и скорости движения подземных вод.

*Влагопроводность* – способность породы пропускать через себя свободную и физически связанную воду в условиях, когда часть порово-трещинного пространства занята воздухом (наблюдается в зоне аэрации). Это свойство оценивается коэффициентом влагопроводности или влагопереноса  $k_v$  (в  $m/сут$ ). Коэффициент существенно зависит от влажности пород и обычно рассчитывается по данным полевых и лабораторных испытаний по формуле, предложенной С.Ф.Аверьяновым: [2]

$$k_v = k \left( \frac{\theta_e - \theta_{mm}}{\theta_n - \theta_{mm}} \right)^n, \quad (3.4.1)$$

где  $\theta_e, \theta_{mm}, \theta_n$  – влажности пород в естественных условиях, максимальная молекулярная и полная;  $k$  – коэффициент фильтрации этой породы при полном насыщении, определенный лабораторным или полевым методом;  $n$  – эмпирический коэффициент, равный 3,5

## 4. Основные виды движения подземных вод

### 4.1 Массовые и поверхностные силы. Давление.

При движении в грунте на воду действуют массовые (объемные) и поверхностные силы. Массовыми называются силы, действующие на все частицы данного объема жидкости со стороны соседних объемов. К таким при решении задач фильтрации относят силу тяжести, а также упругие силы, сохраняющие объем и форму тела.

Поверхностные силы действуют на поверхность жидкого раствора или твердых минеральных частиц. К поверхностным относят силы давления и трения. Они задаются своим напряжением  $p = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} F / \Delta S$ , где  $F$  – главный вектор сил, приложенных с внешней стороны поверхности. Компоненты векторов напряжений, действующих на площадках, перпендикулярных осям координат, образуют тензор напряжений второго ранга вязкой жидкости.

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{21} & p_{31} \\ p_{12} & p_{22} & p_{32} \\ p_{13} & p_{23} & p_{33} \end{pmatrix},$$

содержащий три нормальных напряжения  $p_{11}$ ,  $p_{22}$ ,  $p_{33}$  и три пары касательных напряжений  $p_{12}=p_{21}$ ,  $p_{23}=p_{32}$ ,  $p_{13}=p_{31}$ .

Жидкость как упругая среда обладает характерной особенностью – не выдерживает любых, даже малых, касательных напряжений, т.е. при наличии таких напряжений жидкость не может находиться в равновесии. Если жидкость находится в гидростатическом равновесии, то касательные напряжения исчезают и остаются нормальные напряжения  $p_{11}=p_{22}=p_{33}=-p$ . Величина  $p$  характеризует изотропное давление, не зависящее от направления. Оно может представлять собой либо растягивающее напряжение ( $p<0$ ), либо сжимающее ( $p>0$ ). Это давление в гидростатике используется в качестве основного параметра равновесной системы.

В насыщенных грунтах давление больше или равно атмосферному ( $p \geq p_0$ ). В ненасыщенных грунтах давление обусловлено капиллярными эффектами, которые зависят от размеров частиц грунта, геометрии пор, сил поверхностного натяжения на границе воздуха, температуры, атмосферного давления и влажности. В ненасыщенных грунтах давление меньше атмосферного ( $p < p_0$ ). Оно называется всасывающим (отрицательным) давлением. Условную линию раздела насыщенных и ненасыщенных грунтов, на которой  $P=p_0$ , называют кривой депрессии, или уровнем грунтовых вод.

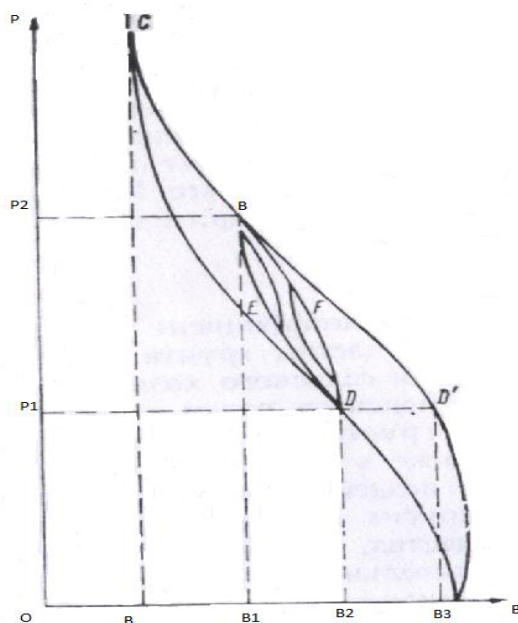


Рис.5. График зависимости влажности почвы от давления

*Гистерезис.* Рассмотрим процесс перехода полностью насыщенного грунта в ненасыщенное состояние. Для влажности, характеризующей ненасыщенное состояние, существует нелинейная зависимость влажности от давления (рис.1). При одном и том же давлении  $p_1$  влажность зависит от осушения или увлажнения грунта, причем при увлажнении грунта влажность оказывается меньше, чем при осушении. Эта необратимость зависимости влажности от давления называется гистерезисом. Основными причинами гистерезиса, охватывающего практически весь диапазон влажности, являются монотонно изменяющиеся в пространстве радиусы сквозных почвенных пор – каналов, наличие тупиковых пор с заземленным в них воздухом, специфическая геометрия поверхности раздела вода-воздух при смачивании частиц, образующих почву. Линии ABC и CDA (рис.5) являются граничными кривыми осушения и увлажнения, а область, заключенная между ними, - областью гистерезиса. Если процесс осушения, идущий по граничной линии ABC, прекратить в точке B (при влажности  $\theta_1$  и давлении  $p_2$ ) и заменить процессом увлажнения, то новая кривая зависимости давления от влажности BEA пройдет внутри области гистерезиса. Аналогично, прерывая процесс увлажнения в точке D, получим кривую осушения DFC.

Гистерезисные явления необходимо учитывать при исследовании миграции влаги в ненасыщенных грунтах. При этом неоднозначный характер связи давления и влажности требует знания «истории» смен процессов осушения и увлажнения. Это следует учитывать при периодическом поливе.

*Фильтрация* – движение свободной гравитационной воды в полностью насыщенном порово-трещинном пространстве, происходящее под действием гидростатических и упругих сил.

*Инфильтрация* – совместное движение свободной, капиллярной и физически связанной воды в условиях неполного насыщения порово-трещинного пространства свободной водой, происходящее под влиянием гидростатических и сорбционно-капиллярных сил.

Основным фактором движения в обоих случаях является наличие напорного градиента  $I$ . Реальная форма пор и трещин во внимание не принимается, физические, физико-химические и другие взаимодействия между скелетом породы и подземной водой не учитываются. Принимается, что подземная вода движется как бы сплошным потоком (без учета скелета породы), а его наличие и влияние учитывается косвенно, через обобщенные характеристики процесса движения, такие как коэффициенты фильтрации  $k$ , проницаемости и влагопереноса  $k_g$ , открытую (активную) и общую пористость  $n$ , гравитационную влагоотдачу  $\mu$  и др.

Различие процессов фильтрации и инфильтрации состоит в том, что в первом случае геологическая среда является двухфазной – скелет породы – подземная вода, во втором – трехфазной – скелет породы – подземная вода – воздух, на контакте вода-воздух возникают сорбционно-капиллярные силы, которые оказывают существенное влияние на процесс движения воды в такой среде.

Градиент напора характеризует энергию, которую затрачивает подземная вода на преодоление сопротивления со стороны породы ее движению в порово-трещинном пространстве. Коэффициенты  $k$  и  $k_g$  оценивают величину внутреннего сопротивления применительно к движению воды в порово-трещинном пространстве, а коэффициент  $k_n$  – к движению любой жидкости или газа. Величина  $k$  зависит от свойств фильтрующейся воды и структуры порово-трещинного пространства,  $k_g$  – также от степени насыщения этого пространства водой и воздухом.

## 4.2 Процесс фильтрации

В теории фильтрации рассматриваются два режима движения грунтовых вод: напорная и безнапорная фильтрация. При напорной фильтрации давление во всех точках живого сечения потока больше атмосферного. Такая фильтрация характерна для напорных водоносных горизонтов, ограниченных с кровли непроницаемой породой, а снизу водоупором. Например, фильтрация под гидротехническими сооружениями. Безнапорный режим фильтрации характеризуется наличием свободной поверхности, давление на которой равно атмосферному. Свободная поверхность может со временем изменять свое положение, которое наряду с другими характеристиками фильтрационного потока (напором, скоростью) подлежит определению.

К основным показателям процесса фильтрации относят: пьезометрический уровень  $H$ , градиент напора  $I$ , скорость фильтрации  $v$ , расход потока  $Q$ , длину пути фильтрации  $L$ , площадь поперечного сечения потока  $F$ .

Расход потока измеряется в кубических метрах в сутки и определяется выражением

$$Q = vF, \quad (4.2.1)$$

где  $v$  – скорость фильтрации ( $m/сут$ ) – характеризует движение воды в водоносном слое без учета скелета породы; является фиктивной, расчетной скоростью. Скорость фильтрации определяется как

$$v = kI. \quad (4.2.2)$$

Подставив (4.2.2) в (4.2.1), получим

$$Q = kFI, \quad (4.2.3)$$

где  $F$  – площадь поперечного сечения потока, перпендикулярная основному движению воды в пласте. При горизонтальном движении по пласту она равна

$$F = mB, \quad (4.4.4)$$

где  $m$  – мощность водоносного пласта;  $B$  – средняя ширина потока в плане на длине  $L$ ; определяется по карте гидро- или пьезоизогипс как длина соответствующей изогипсы, отметка которой равна значению отметок, определяющих градиент напора  $I$  на длине  $L$ .

При вертикальном движении воды, т.е. при фильтрации воды из одного водоносного горизонта в другой через слабо проницаемый, разделяющий эти горизонты слой глин величина  $F$  определяется как

$$F = BL, \quad (4.4.5)$$

и представляет площадь распространения водоносного пласта в плане.

Уравнения (4.2.2) и (4.2.3) называют *уравнениями Дарси*. Они выражают основной закон фильтрации, который устанавливает линейную связь между скоростью фильтрации и напорным градиентом. Эта связь соблюдается в широких пределах изменения  $k$  и  $I$ . Однако она может нарушаться в весьма проницаемых (например, сильно трещиноватых) породах при высоких значениях скорости фильтрации (верхний предел применимости закона Дарси) и в весьма слабо проницаемых породах (глинах) при низких значениях скорости фильтрации (нижний предел применимости закона Дарси).

Если учесть, что часть площади фильтрации  $F$  занята скелетом породы, а величина свободного порово-трещинного пространства определяется величиной активной пористости  $n_0$ , то площадь сечения потока  $F$  следует умножить на  $n_0$  и тогда получим возможность определить среднюю действительную скорость движения воды в пласте:

$$u = Q/n_0F = v/n_0. \quad (4.4.6)$$

Формула (4.4.6) показывает, что средняя действительная скорость больше, чем скорость фильтрации. Если при расчетах надо определить, например, время через которое загрязненная речная вода дойдет до водозаборных скважин, вместо скорости фильтрации надо пользоваться действительной средней скоростью движения воды согласно формуле (4.4.6). Тогда время  $t$ , за которое загрязненная вода, двигаясь со скоростью  $u$ , пройдет расстояние  $l$  от реки до водозабора, будет равно:

$$t = l/u = l n_0/v. \quad (4.4.7)$$



При этом принимается, что загрязненная вода как «поршень» вытесняет чистую воду из пор в водоносном горизонте и граница между ними четкая, вертикальная, как стенка поршня. Такой процесс носит название поршневого вытеснения. На самом деле граница между чистой и загрязненной водой, или пресной и минерализованной, холодной и горячей не четкая и не вертикальная, а расплывчатая, так как поры и трещины имеют разные размеры и в них вода движется с разной скоростью. Образуется некоторая переходная зона. Поэтому расчет по формуле (4.4.7) является приближенным.

#### 4.5 Процесс инфильтрации

В породах зоны аэрации наблюдается совместное движение свободной, капиллярной и молекулярной влаги под действием гравитационных сорбционно-капиллярных сил. Проявление этих сил зависит от величины влажности пород и характера ее распределения по профилю и площади зоны аэрации. Если учитываются все перечисленные факторы, процесс называется *влажнопереносом*. Если изменением влажности пород пренебречь и считать, что во всей зоне аэрации она в среднем равна максимально молекулярной  $\theta_{\text{мм}}$  (пески) или наименьшей полевой  $\theta_{\text{нв}}$  (суглинки) влагоемкости, то тем самым из рассмотрения исключаются молекулярно-сорбционные силы и в качестве основных Сид движения рассматриваются гравитационные и капиллярные. Такой процесс называют *инфильтрацией*. Различают два вида инфильтрации: собственно инфильтрацию и свободное просачивание. Под свободным просачиванием понимают движение воды в порово-трещинном пространстве отдельными струйками, гидравлически разобщенными друг от друга, наподобие подземного дождя. В этом случае основными силами движения являются вес этих капель и молекулярно-пленочные силы.

Под *нормальной, или собственно инфильтрацией* понимают движение сплошным потоком. В этом случае во внутренней зоне потока (ее называют «мокрой») практически все поры и трещины заполнены водой, а по периферии зоны – на границе с «сухими» породами зоны аэрации – образуется *капиллярная кайма*. Во внутренней зоне действует гидростатическое давление, как в водоносном горизонте, во внешних частях зоны – капиллярное давление. Если в зоне аэрации влажность пород постоянна, то действие капиллярных сил  $H_k$  оценивают, по предложению Н.Н.Биндемана, половиной высоты капиллярного поднятия  $h_k$ :  $H_k = 0,5h_k$ .

#### 4.6 Область фильтрации и граничные условия

*Область фильтрации* – это реальная область, в пределах которой намечается количественное изучение движения. Для выделения единственного решения необходимо задать дополнительные условия на границах исследуемой области, которая представляет часть пространства,

ограниченную некоторой поверхностью. В момент времени  $t = t_0$  в качестве начальных условий задаются начальная форма области фильтрации и начальное значение напора в каждой точке области фильтрации. Начальные и граничные условия определяются либо экспериментально, либо математической трактовкой гипотез. граничные условия отображают взаимодействие фильтрационного потока, находящегося в области фильтрации, с внешней средой. горизонтальные размеры области фильтрации, как правило, больше, чем вертикальные.

*Проницаемые границы* представлены линиями равного напора. Если давление в водоеме распределено по гидростатическому закону, то по контуру водоема пьезометрический уровень  $H_c$  постоянен и определяется как глубина водоема  $h_0$  и геометрическая высота его контура  $z_0$  относительно принятой плоскости сравнения:  $H_c = h_0 + z_0$ .

*Непроницаемые границы* (водоупоры) являются линиями тока; градиент напора по нормали к этой границе равен нулю, т.е.  $\partial H / \partial n = 0$

*Свободная поверхность* грунтового потока представляет собой верхнюю границу гравитационной зоны, где давление равно атмосферному (если не учитывать наличие капиллярной зоны) и обычно принимается за ноль. Тогда в любой точке на свободной поверхности пьезометрическая высота равна нулю, а отметка пьезометрического уровня  $H_{cn}$  равна ординате  $z_{cn}$  положения этой точки над выбранной плоскостью сравнения:  $H_{cn} = z_{cn}$ .

При наличии капиллярной зоны условие на свободной поверхности усложняется введением активной высоты капиллярной зоны  $h_k$ , которая принимается полностью водонасыщенной, и давление всасывания в этой зоне оценивается величиной потенциала капиллярного всасывания  $\psi_k$ , зависящего от влажности пород, находящихся в пределах капиллярной зоны,  $\psi_k = f(\theta)$ . Тогда имеем:

$$H_{cnk} = -h_k + z_{cn}, \quad (4.6.1)$$

или

$$H_{cnk} = -\psi_k + z_{cn}. \quad (4.6.2)$$

При математическом решении задач используют четыре вида граничных условий. *Граничным условием первого рода* называют задание его в виде известного закона изменения уровня воды; оно может быть постоянным или переменным во времени  $H = f(t)$ .

*Граничное условие второго рода* представляется как известный закон изменения расхода потока на его границе. Расход может быть задан полным значением, например расход скважины при исследовании водопритока к ней

$$Q_c = -2\pi kmr \left. \frac{\partial S}{\partial r} \right|_{r=r_c} = const; \quad (4.6.3)$$

расходом, меняющимся во времени, например дебит источника  $Q_u = f(t)$ ; удельным расходом на 1 м длины канала

$$q_{kt} = Q_k / 2L_k = f(t), \quad (4.6.4)$$

расход может быть равен нулю, если рассматривается непроницаемая граница

$$Q_z \Big|_{x=L_2} = 0, \quad (4.6.5)$$

или представлен величиной инфильтрационного питания  $w_a$ , не зависящей от положения свободной поверхности уровня грунтовых вод.

*Граничное условие третьего рода* выражает зависимость между изменением расхода потока на его границе и изменением уровня  $H_{x,y,t}$  воды в самом потоке и в общем виде может быть записано так:

$$Q_z = f(H_{x,y,t}). \quad (4.6.6)$$

Таким условием является зависимость, определяющая изменение интенсивности глубинного перетекания от величины напора  $H$  основного пласта. К такому же условию относятся зависимости поступления воды из реки через заcolmатированное русло в водоносный горизонт или испарения со свободной поверхности грунтовых вод от глубины их залегания.

*Граничное условие четвертого рода* выражает закон неразрывности течения и представляет собой равенство расходов потока слева и справа относительно границы раздела сред, имеющих водопроницаемости  $T_1$  и  $T_2$  соответственно:

$$T_1 \frac{\partial H}{\partial t} \Big|_{zn} = T_2 \frac{\partial H}{\partial t} \Big|_{zn}. \quad (4.6.7)$$

Рассмотрим способ задания граничных условий для уравнения грунтовых вод на примере несовершенной скважины. Скважину считают несовершенной, если она заглублена лишь частично в проницаемый пласт, т.е. стенки скважины не достигают водоупора. Будем считать, что часть скважины имеет фильтр небольшой толщины с заметным гидравлическим сопротивлением (Этому фильтру соответствует отрезок DA). Если поверхность  $x_3 = 0$ , ограничивающая снизу область фильтрации, является водоупором или слабопроницаемым слоем грунта, то его водопередача близка к нулю. Тогда

$$\frac{\partial h}{\partial n} \Big|_{x_3=0} = 0, \quad (4.6.8)$$

где  $n$  – нормаль к водоупору.

Водонепроницаемыми являются бетонные облицовки каналов, обсадные трубы скважин. Следует иметь в виду, что при использовании модели ненасыщенного состояния грунта на границе FG будет выполняться условие отсутствия расхода через границу до тех пор, пока приграничные объемы грунта не перейдут в насыщенное состояние. На участке GE происходит свободное высачивание грунтовой воды. На этом участке вода выходит на земную поверхность, поэтому можно принимать давление в грунтовой воде равным атмосферному, т.е. положить  $p = 0$ . Следовательно, можно считать заданным напор

$$h|_{GE} = x_3 \quad (4.6.9)$$

Это граничное условие – первого рода. В части скважины, заполненной водой, давление распределяется по гидростатическому закону, а

напор сохраняется постоянным и равным  $H_g$ . Тогда на участке ED справедливо равенство

$$h|_{ED} = H_g \quad (4.6.10)$$

Если уровень воды в скважине медленно изменяется, то можно считать  $H_g$  только функцией времени:  $H_g = H_g(t)$

На участке AD, содержащем в скважине между грунтом и водой фильтр с коэффициентом водопередачи  $\alpha$ , выполняется условие

$$k \frac{\partial h}{\partial n} |_{AD} = \alpha(H_g - h) \quad (4,6,11)$$

Если фильтрационный поток осесимметричный, то отсутствует переток жидкости через участок BO, т.е. выполняется условие

$$\frac{\partial h}{\partial n} |_{BO} = 0 \quad (4.6.12)$$

Часто такие условия ставятся на достаточном удалении от скважин, где влияние отбора воды скважинами на уровень грунтовых вод практически отсутствует. Такая схематичность используется при численном решении задач из-за необходимости ограничить область решения. Неоднородные граничные условия второго рода задаются в том случае, когда на одной из границ известен удельный поток массы. Примером такого способа задания может служить условие на поверхности горизонтальной дрены, а также условия на земной поверхности (границе сверху области фильтрации) при учете инфильтрации и испарения влаги.

#### 4.7 Схематизация структуры и формы потока

Для упрощения структуры и мерности потока пространственную фильтрацию приводят к более простой – плановой, плосковертикальной или фрагменту с одномерной линейной или радиальной фильтрацией. Для этого анализируют гидродинамическую сетку потока, характер распределения в ней векторов скорости фильтрации и их преобладающее положение относительно горизонтальной и вертикальной плоскостей движения. Схематизация заключается в уменьшении числа проекций вектора скорости фильтрации и упрощении его положения в пространстве.

Упрощение выполняется следующими способами: а) пренебрежением некоторыми составляющими скорости фильтрации по координатам пространства; б) спрямлением контуров внешних и внутренних границ; в) выбором соответствующей системы координат; г) введением в расчетную схему показателя, оценивающего дополнительные потери напора, связанные с деформацией потока вследствие гидродинамического несовершенства его границ; д) разделением потока на ленты тока.

Если длина  $L$  и ширина  $B$  изучаемой области существенно больше мощности пласта  $m$ , то пренебрегают изменением скорости фильтрации по вертикали и от пространственной фильтрации переходят к плановой.

Упрощение предполагает уменьшение числа источников формирования водного баланса в расчетной схеме на основе использования

коэффициента водообмена. Коэффициент выражает отношение средних значений единичных вертикального и горизонтального расходов на выбранном участке потока. Для двух гидравлически связанных через разделяющий слой  $(k_0, m_0)$  пластов имеем:

$$K_{\infty} = \frac{q_b}{q} = \frac{k_0 L^2 \Delta H^0}{m_0 T \Delta H} = \frac{L^2}{B^2} \frac{\Delta H^0}{\Delta H}, \quad (4.7.1)$$

где  $T$  и  $\Delta H$  – средняя водопроницаемость и разность уровней воды в основном пласте на участке длиной  $L$ ;  $\Delta H^0$  – средняя разность уровней основного и соседнего водоносного пласта, из которого идет перетекание;  $B$  – параметр перетекания  $B = \sqrt{Tm_0/k_0}$ .

При наличии инфильтрационного питания коэффициент водообмена имеет вид

$$K_{\infty} = \frac{q^w}{q_z} = \frac{L^2}{B_w^2} \frac{1}{\Delta H}, \quad (4.7.2)$$

где  $q^w = wL$ ;  $B_w$  по аналогии может быть назван параметром инфильтрационного перетекания,  $B_w = \sqrt{T/w}$ .

## 5. Математическая постановка задачи

### 5.1 Условия однозначного решения дифференциальных уравнений

К дифференциальному уравнению дополнительно записывают условия однозначного решения: а) характеристику геометрических размеров области, для которой ищется конкретное решение; б) числовые или функциональные значения физических параметров фильтрационной среды; в) исходные граничные условия; г) начальные условия для нестационарной фильтрации. Эти условия есть краткая математическая запись принятой расчетной схемы, полученной в результате схематизации.

Универсальность дифференциальных уравнений состоит в описании подобных или аналогичных процессов, а одно из основных свойств линеаризованных уравнений – возможность находить сложные решения в виде суммы частных решений.

На конкретном примере рассмотрим, как можно привести дифференциальное уравнение к безразмерному виду и получить основные критерии, характеризующие процесс, который описывается этим уравнением.

Возьмем дифференциальное уравнение упругой плановой нестационарной фильтрации в напорном водоносном пласте в декартовой системе координат

$$a \left( \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} \right) = \frac{\partial H}{\partial t}, \quad (5.1.1)$$

и приведем его к безразмерному виду. Для этого введем безразмерные характеристики

$$\bar{H} = H/H_0; \quad \bar{x} = x/L; \quad \bar{y} = y/L; \quad \bar{t} = t/\tau, \quad (5.1.2)$$

где  $H_0$  – характерный уровень, например, уровень на одной из границ исследуемого потока;  $L$  – характерный линейный размер, в частности длина исследуемого потока;  $\tau$  – характерное время, оценивающее скорость развития нестационарного процесса и его стремление к стабилизации. В работе С.Ф.Аверьянова  $\tau = L^2/a$ .

Подставив выражения (4.2) в уравнение (5.1.1), получим дифференциальное уравнение

$$\frac{\partial^2 \bar{H}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{H}}{\partial \bar{y}^2} = \frac{\partial \bar{H}}{\partial \bar{t}}, \quad (5.1.3)$$

характеризующее зависимость безразмерной функции  $\bar{H}$  от безразмерных координат пространства  $\bar{x}, \bar{y}$  и безразмерного времени  $\bar{t}$ . Безразмерное время  $\bar{t}$  можно определить следующим образом:

$$\bar{t} = at/L^2 = F_0, \quad (5.1.4)$$

где  $F_0$  – известный критерий нестационарного процесса.

Согласно теории подобия уравнение (5.1.3) можно переписать как критериальное, устанавливающее связь искомой функции  $\bar{H}$  с критериями, определяющими процесс:

$$\bar{H} = f(\bar{x}, \bar{y}, F_0), \quad (5.1.5)$$

где  $F_0$  – основной, а  $\bar{x}, \bar{y}$  – параметрические критерии.

В качестве  $\bar{H}$  может рассматриваться любая аналогичная ей функция, например относительная концентрация какого-либо компонента, растворенного в воде. Тогда уравнение (4.3) будет описывать процесс молекулярной диффузии, при этом в выражении (4.4) вместо « $a$ » будет содержаться аналогичный параметр, характеризующий скорость развития процесса диффузии, – коэффициент молекулярной диффузии  $D_0$ . В этом случае  $\bar{t} = D_0 t/L^2$  является критерием Пекле и обозначается  $Pe$ .

Если рассмотреть дифференциальное уравнение плановой фильтрации с инфильтрационным водообменом в виде

$$a \left( \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} \right) + \frac{w_0}{\mu} = \frac{\partial H}{\partial t}, \quad (5.1.6)$$

то вводя те же безразмерные характеристики (5.1.2) и новую безразмерную величину  $\bar{w} = w_a/w_0$ , при

$$w_0 = \frac{\mu H_0}{\tau} = \frac{H_0 T}{L^2}, \quad (5.1.7)$$

можно уравнение (5.1.6) привести к виду:

$$\frac{\partial^2 \bar{H}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{H}}{\partial \bar{y}^2} + \bar{w}_a = \frac{\partial \bar{H}}{\partial \bar{t}}. \quad (5.1.8)$$

Величина  $\bar{w}_a$  – это критерий, характеризующий процесс с вертикальным обменом, т.е. с внешними источниками или стоками. Он был получен С.Ф.Аверьяновым и назван *критерием инфильтрационного водообмена*. Величина  $\bar{w}_a$  с учетом (5.1.7) может быть представлена в виде

$$\bar{w}_a = w_a L^2 / H^0 T = K_{\text{во}}. \quad (5.1.9)$$

В числителе  $w_a L^2$  интерпретируется как вертикальный расход интенсивностью  $w_a$ , поступающий на единичную площадь потока длиной  $L$ , а в знаменателе  $H^0 T$  как некоторый расход на той же длине участка, но идущий в горизонтальном направлении в пласте с водопроницаемостью  $T$  под средним градиентом  $H^0/L$ . Критерий  $\bar{w}_a$  характеризует долю участия каждого расхода в формировании общего водного баланса потока. Критериальное уравнение можно записать в следующем виде:

$$\bar{H} = f(\bar{x}, \bar{y}, F_0, \bar{w}_a). \quad (5.1.10)$$

Дифференциальное уравнение фильтрации относится к классу линейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка и обладает свойством, согласно которому сумма частных решений данного уравнения является также решением этого уравнения. На этом свойстве построен так называемый метод суперпозиции, или сложения фильтрационных течений.

Суть этого метода заключается в том, что сложный процесс фильтрации, формирующийся под действием нескольких источников возмущения, рассматривают как сумму частных фильтрационных процессов (течений), вызванных действием каждого возмущения в отдельности в течение своего расчетного времени.

Так, общее решение о подъеме уровня воды под одновременным влиянием подпора от водохранилища и инфильтрации от орошения можно представить как сумму двух частных решений, где одно слагаемое характеризует развитие подпора, вызванного подъемом уровня воды в водохранилище, другое слагаемое описывает подъем уровня грунтовых вод только под влиянием орошения, когда подпор на реке равен нулю.

Пользуясь методом сложения течений, можно упростить постановку задачи. Представим решение уравнения (5.1.1)  $H(x,t)$  суммой

$$H(x,t) = H_e(x) + \Delta H(x,t), \quad (5.1.11)$$

где  $H_e(x)$  – начальное значение уровня в точке  $x$  при  $t=0$ , которое является частным решением уравнения (1);  $\Delta H(x,t)$  – приращение уровня в той же точке, вызванное изменением граничного условия и полученное при начальном условии  $\Delta H(x,0) = 0$ . Подставив сумму (5.1.11) в уравнение (5.1.1), получим

$$\left( a \frac{\partial^2 H_e}{\partial x^2} - \frac{\partial H_e}{\partial t} \right) + \left( a \frac{\partial \Delta H}{\partial x^2} - \frac{\partial \Delta H}{\partial t} \right) = 0, \quad (5.1.12)$$

где первая скобка как решение уравнения (5.1.1) равна нулю. Следовательно, имеем:

$$a \frac{\partial^2 \Delta H}{\partial x^2} = \frac{\partial \Delta H}{\partial t}. \quad (4.13)$$

Это значит, что вместо решения задачи по формуле (5.1.1) для уровня  $H(x,t)$  при начальных условиях  $H(x,0)=f(x)$ , можно найти решение по (5.1.12) для приращения уровня  $\Delta H(x,t)$ , отвечающего простым начальным условиям  $\Delta H(x,0) = 0.$ , а искомый уровень  $H(x,t)$  получить по зависимости (5.1.11).

Докажем аналогию дифференциальных уравнений для напорных и грунтовых вод. Для этого умножим левую и правую части уравнения (5.1.1) на мощность пласта «m» и введем ее под знак дифференциала:

$$a \frac{\partial^2(Hm)}{\partial x^2} = \frac{\partial(Hm)}{\partial t}. \quad (5.1.14)$$

А уравнение  $a \frac{\partial^2 h^2}{\partial x^2} = \frac{\partial h^2}{\partial t}$  запишем в виде  $a \frac{\partial^2(H^2/2)}{\partial x^2} = \frac{\partial(H^2/2)}{\partial t}$ ,

Сравнивая уравнения, убеждаемся в их тождественности, так как вводя обозначение

$$u = mH = 0,5h^2, \quad (5.1.15)$$

которое Н.Н.Веригин назвал *напорной функцией*, вместо двух уравнений для напорных и грунтовых вод имеем одно уравнение

$$a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial u}{\partial t}, \quad (5.1.16)$$

которым описывается фильтрация в напорных и грунтовых потоках с горизонтальным водоупором. Такое преобразование позволяет решать математические задачи только для напорных вод, а затем полученные решения трансформировать для грунтовых с использованием зависимости (5.1.15).

## 5.2 Понятие о прямых и обратных задачах

*Прямыми задачами* называют такие, цель которых – определение количественных значений динамических функций потока подземных вод при известных значениях параметров среды и краевых условий. Цель этих задач – количественно оценить изменения мелиоративной обстановки, которые могут наступить под влиянием проектируемых сооружений или водохозяйственных мероприятий (прогноз развития подпора грунтовых вод в районе водохранилищ, оценка фильтрационных потерь из оросительных каналов и т.п.).

*Обратные задачи* включают инверсные, граничные и индуктивные.

К *инверсным* относят задачи, цель которых – определение гидрогеологических параметров пласта и характеристик вертикального водообмена по известным из наблюдений за режимом подземных вод картам пьезо- или гидроизогипс или значений динамических функций  $H$  и  $Q$  в определенных точках исследуемой области при заданных граничных и начальных условиях.

В *граничных задачах* искомыми являются неизвестные значения уровней и расхода потока на его границах, а параметры среды, начальные



условия и динамические функции  $H$  или  $Q$  в пределах исследуемой площади, т.е. гидро- и пьезоизогипс, карты единичных расходов потока считаются известными.

*Индуктивными* называются задачи, цель которых – установление вида и форм связи между динамическими функциями ( $H, Q$ ) и определяющими их изменение факторами. В этом случае изучается физический механизм процесса или явления и определяется математическая форма его описания. Чем ближе между собой модельные и натурные данные, тем точнее построенная математическая модель. Степень близости модельных и натуральных данных оценивается специальными критериями.

### **5.3 Гидродинамические основы теории влагопереноса в гидрогеологических системах**

Все параметры влагопереноса зависят от влажности, т.е. от искомой функции, вследствие этого дифференциальные уравнения нелинейные. Обычно влагоперенос исследуют как одномерный по вертикали. Во многих случаях целесообразно разделить задачи для зон аэрации и насыщения. В первую очередь это относится к региональным математическим моделям, в которых размеры геофильтрационных потоков в плане значительно превышают мощность зоны аэрации, поэтому движение влаги в ней интегрируется и рассматривается некоторая усредненная интенсивность  $w$  инфильтрационного питания, поступающего на уровень грунтовых вод. В локальных моделях эти зоны соизмеримы, и при составлении краткосрочных прогнозов требуется детальный учет в верхней части зоны аэрации процессов эвапотранспирации, деятельности корневой системы растительности, просачивания осадков, формирования поверхностного стока и других сложных взаимодействий капиллярной и гравитационной влаги. В таких условиях задача должна формулироваться как единая для зон аэрации и насыщения.

### **5.4 Действующие силы и параметры влагопереноса**

Процесс движения влаги в зоне аэрации, представляющий собой перенос свободной и молекулярной влаги под действием гравитационных и сорбционных (молекулярных и капиллярных) сил, называют *влагопереносом*.

Рассмотрим движение в вертикальной плоскости по координате  $z$ . Напор  $H$  определяется следующим образом:

$$H = \frac{p_k}{\gamma} + z = -\psi + z, \quad (5.4.17)$$

где  $z$  – геометрическая высота положения точки над плоскостью сравнения, принятой по линии уровня грунтовых вод;  $\gamma$  – объемная масса воды;  $\psi$  – высота всасывания.

Давление всасывания  $p_k$  является аналогом гидростатического давления  $p$ , измеряется в паскалях. По аналогии с пьезометрической высотой имеем

$$p_k/\gamma = -\psi. \quad (4.18)$$

Для пресной воды  $p_k$  численно равно  $-\psi$ . Знак минус указывает, что  $p_k$  действует в направлении, обратном действию силы тяжести. При влажности породы, равной полной влагоемкости,  $p_k=0$ . Величина  $z$  характеризует действие гравитационных сил. Высота всасывания, как и давление, зависит от влажности пород. Высоту всасывания  $\psi$  часто называют *потенциалом влаги*, а изолинии  $\psi$  – изолиниями потенциала влаги; аналогично изолиниям напоров они характеризуют гидродинамическую структуру потока влаги.

К основным параметрам влагопереноса относят  $p_k$ ,  $\psi$  и  $k_6$ . Все они зависят от влажности и определяются экспериментально. Кривая  $\psi = f(\theta)$  в почвоведении называется *основной гидрофизической характеристикой (ОГХ)*. Она зависит от гранулометрического состава и водных свойств пород и существенно различается для песков, супесей и суглинков.

## 5.5 Основной закон влагопереноса

Уравнение, описывающее влагоперенос, аналогично уравнению Дарси характеризует физические предпосылки движения влаги в условиях неполного водонасыщения и называется *основным законом влагопереноса*

$$v_z = -k_6 \frac{dH}{dz}. \quad (5.5.19)$$

Подставив в (5.5.19) значение  $H$  из уравнения (5.4.17), получим

$$v_z = k_6 \frac{d\psi}{dz} - k_6, \quad (5.5.20)$$

где первый член зависимости характеризует действие сорбционных сил, а второй – гравитации.

## 5.6 Дифференциальные уравнения влагопереноса

Рассмотрим одномерный влагоперенос интенсивностью  $v_z$ . Выделим по координате  $z$  единичный элемент (с площадью  $1 \text{ м}^2$ ) длиной  $dz$  и составим для него уравнение неразрывности поступления влаги за время  $dt$ . Сверху в элемент поступает влага  $v_z dt$  и оттекает через нижнюю границу  $\left(v_z dz + \frac{\partial v_z}{\partial z}\right) dt$ . Это изменение объема влаги компенсируется изменением влажности в

выделенном элементе  $\frac{\partial \theta}{\partial t} dt dz$ . После приравнивания и сокращения получаем уравнение неразрывности потока влаги

$$-\frac{\partial v_z}{\partial z} = \frac{\partial \theta}{\partial t}. \quad (5.6.21)$$

Подставив в уравнение (5.6.21) выражение для  $v_z$  по формуле (5.5.20) и имея в виду связь  $H$  с  $\psi$  (формула (5.14.17)), приходим к дифференциальному уравнению влагопереноса

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( k_s \frac{\partial H}{\partial z} \right) = C \frac{\partial H}{\partial t}, \quad (5.6.22)$$

которое впервые было получено А.Клютом в начале 1950-х гг. Здесь  $C(\theta)$  – коэффициент, зависящий от влажности,

$$C = -\frac{\partial \theta}{\partial \psi}, \quad (5.6.23)$$

который называется *дифференциальной водоемкостью*, или *коэффициентом удельной емкости пород зоны аэрации*. По физическому смыслу он аналогичен параметру емкости  $\mu_0$ .

$$\frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{\partial \psi}{\partial t} \frac{\partial \theta}{\partial \psi} = \frac{1}{c} \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (5.6.24)$$

Уравнения (5.6.22) и (5.6.24) могут содержать, как и дифференциальные уравнения движения грунтовых вод, свободный член, характеризующий интенсивность истока  $\varepsilon$  в виде отбора влаги корнями растений. Величина  $\varepsilon$  связана с удельной поверхностью корневых волосков  $\bar{r}$  на некоторой глубине и суммарной транспирацией  $E_0$  ( $\varepsilon = E_0 \bar{r}$ ) и зависит от глубины и времени, поскольку корневая система развивается со временем. Уравнения (4.22), (4.24) нелинейные; решаются численными методами.

## **6. Гидродинамические основы теории массо- и теплопереноса в подземных водах**

К отрицательным последствиям орошения следует отнести прежде всего засоление ранее плодородных земель и вывод их из сельскохозяйственного оборота. Причины засоления могут быть различными. К ним относится подъем уровня соленых грунтовых вод, обусловленный подпором магистральных и оросительных каналов и избыточным поливом.

При повышении уровня минерализованных грунтовых вод увеличивается их связь с грунтами в зоне аэрации. В результате интенсивного испарения влаги в зоне аэрации повышается концентрация водных растворов вплоть до насыщения и их перехода в кристаллическую фазу, что в конечном итоге и приводит к засолению почвы. Поэтому важной задачей рационального землепользования в районах орошения является создание необходимых гидротехнических систем и правильная технология

поливов, предупреждающая засоление плодородных земель. Другой важной задачей является рассоление почв (солонцов, солончаков), засоление которых происходило в естественных условиях. Промывка почв, являющаяся основным видом борьбы с засолением, влияет на минеральный состав вод в дренажных системах, что в свою очередь приводит к солевому загрязнению рек и водохранилищ, куда сбрасываются дренажные воды. Таким образом, гидромелиоративные мероприятия на обширных территориях могут влиять на экологическую обстановку в регионе.

При рассолении и засолении грунтов соли могут находиться в различных состояниях: 1) образовывать водные растворы различной концентрации; 2) адсорбироваться в виде ионов солей, присоединяющихся к сольватному слою на поверхности пор; 3) образовывать на поверхности пор тонкие кристаллические пленки; 4) выпадать в виде кристаллических образований непосредственно из насыщенных и перенасыщенных водных растворов.

Кинетика перехода солей из растворов в твердую фазу, и наоборот, зависит от режима движения вод в насыщенных и ненасыщенных грунтах, температурного режима и вида солей. Для различных солей концентрация насыщения неодинакова и во многом зависит от температуры раствора и присутствия других солей. Основными типами солей, которые приходится отводить из почвы, являются хлориды ( $\text{NaCl}$ ,  $\text{MgCl}_2$ ), сульфаты ( $\text{Na}_2\text{SO}_4$ ,  $\text{MgSO}_4$ ,  $\text{CaSO}_4$ ), карбонаты ( $\text{Na}_2\text{CO}_3$ ,  $\text{MgCO}_3$ ,  $\text{CaCO}_3$ ) и бикарбонаты ( $\text{Ca}(\text{HCO}_3)_2$ ,  $\text{NaHCO}_3$ ). Легкорастворимыми являются хлориды, к труднорастворимым относят карбонаты.

В конечном итоге процессы засоления и рассоления определяются совокупностью четырех факторов: 1) фильтрацией и влагопереносом; 2) переносом солей; 3) теплопереносом; 4) растворением, кристаллизацией и сорбцией. Эти процессы являются разномасштабными как в пространстве, так и во времени. Причем первые два фактора действуют в масштабах, исчисляемых от десятков метров до сотен километров, действие температурного фактора измеряется в метрах. Процессы выпадения кристаллической фазы и растворения происходят в микроскопических масштабах.

В целом проблема расчета тепло- массопереноса в грунтах из-за разномасштабности составляющих ее физических подпроцессов очень сложная. [24].

При соблюдении мелиоративного режима орошаемых земель и системы природоохранных мероприятий следует учитывать различную продолжительность протекания природных процессов. К таким процессам относятся:

- стабилизация прогнозного уровня грунтовых вод

$$\tau_0 = \delta^2 / km, \text{ сут};$$

- стабилизация прогнозного солевого режима почв при применяемой технике и технологии орошения

$$\tau_c = \lambda m_0 / v, \text{сут.};$$

- стабилизация прогнозных запасов почвенного гумуса

$$\tau_z = \ln \Gamma / k_0, \text{год.}$$

Здесь  $\tau_0$ ,  $\tau_c$ ,  $\tau_z$  – время стабилизации, т.е. достижения прогнозного режима;  $\delta$  – коэффициент водоотдачи, в долях от объема;  $l$  – характерные размеры орошаемых массивов, м;  $k$  – коэффициент фильтрации, м/сут;  $m$  – мощность водоносного пласта, м;  $\lambda$  – коэффициент гидродинамической дисперсии, м;  $m_0$  – пористость почв, доли от объема;  $v$  – скорость фильтрации, м/сут;  $\Gamma$  – относительное содержание гумуса  $\Gamma = \Gamma_1/\Gamma_0$ ;  $\Gamma_1$  – содержание гумуса на момент времени  $t$ ;  $\Gamma_0$  – исходное содержание гумуса при  $t=0$ ;  $k_0$  – коэффициент, характеризующий увеличение производства биомассы при орошении. [63]

Рассматривая подземную воду как сложный раствор, массоперенос в подземных водах можно определить как направленное изменение вещественного состава и количества находящихся в них вещества. Физико-химические взаимодействия внутри жидкой фазы представлены многими процессами. Каждой совокупности процессов отвечает своя гидрохимическая обстановка, контролируемая определенным соотношением температуры, давления насыщения, химической активности раствора, содержания газов и т.п.

Количественное изучение гидрохимической миграции базируется на методах физико-химической термодинамики и математическом аппарате, разработанном в теории тепло- и массопереноса.

Модели, описывающие функционирование систем, в том числе временные колебания отдельных геохимических характеристик, предназначены для оценки, прогноза и управления почвенного плодородия.

По степени детальности описания процесса выделяют эмпирические, балансовые и аналитические модели.

Эмпирические модели строятся на основе данных о некотором почвенно-геохимическом параметре и факторах, определяющих его значение. При составлении эмпирической модели необходимо указывать: 1) размерности всех переменных; 2) диапазоны их изменений в экспериментах; 3) методики измерения всех переменных.

Поскольку эмпирические модели не содержат детального описания механизма изучаемого явления, их нельзя применять в условиях, отличных от тех в которых они были получены.

## 6.1 Движение растворимых веществ в почве

Аналитические модели дают возможность рассчитать детальное распределение характеристик изучаемого процесса во времени, по глубине и площади. В геохимии ландшафтов наиболее развиты аналитические модели, описывающие трансформацию химических соединений в почве и

сопредельных средах. Они основаны на законах термодинамики, которые управляют физико-химическими процессами.

Для моделирования миграции химических элементов в почве и природных водах наиболее приемлемы модели, основанные на гидравлических уравнениях движения воды и уравнениях конвекции-диффузии вещества в растворе.

Миграцию растворенных веществ обеспечивают два процесса – диффузия и конвекция.

*Конвективный перенос* – это наиболее распространенный вид миграции в зоне интенсивного водообмена. Он представляет собой перенос вещества движущимся потоком подземных вод (вынужденная конвекция). При этом считается, что физико-химических взаимодействий нет и все частицы жидкости перемещаются с одной скоростью, равной средней действительной скорости. Теоретически граница между водами разной минерализации представляет собой вертикальную плоскость, называемую поршневым фронтом, а сама схема переноса называется *поршневым вытеснением*. При поршневом вытеснении любой мигрант считается нейтральным, т.е. не взаимодействующим с породой и другими компонентами. Уравнение движения одной частицы или их совокупности в виде фронта вытеснения по любому направлению  $l$  имеет вид

$$\frac{dl}{dt} = \frac{v}{n_0} = \frac{kl}{n_0}, \quad (6.1.1)$$

где  $v$  – скорость фильтрации по принятому направлению в расчетных точках;  $k$ ,  $l$ ,  $n_0$  – соответственно коэффициент фильтрации, градиент потока и активная пористость в расчетном сечении.

*Диффузионный перенос* совершается на молекулярном уровне под действием градиента концентрации  $C$  вещества. Основой для моделирования служат законы Фика. В неподвижной воде миграция происходит только путем диффузии, которая направлена на выравнивание концентраций и описывается законом Фика

$$v_c = -D_m \frac{dC}{dx}, \quad (6.1.2)$$

который характеризует плотность диффузионного потока, т.е. количество вещества, прошедшее через единичное сечение потока в единицу времени в направлении  $x$ . Уравнение (6.1.2) справедливо для изотермических процессов и при независимой диффузии.

В пористой среде миграция растворенных веществ протекает под воздействием как механических, так и физико-химических процессов.

Механическое воздействие обосновывается следующим образом. Жидкость обладает вязкостью, а скорость жидкости на поверхности твердой фазы равна нулю – это создает в жидкости градиент скорости. Изменение размеров пор приводит к неоднородности максимальных скоростей по продольным осям потока. Направления линий тока в отдельных порах отклоняются от среднего направления потока. В результате наблюдается

неоднородность скоростей диффузии как в продольном, так и в поперечном направлениях, которая носит название «дисперсии».

При физико-химическом воздействии миграция растворенных веществ сводится к молекулярной диффузии, возникающей при наличии химического потенциала. Ее следствием является выравнивание концентраций вещества как в продольном, так и в поперечном направлениях.

Коэффициент молекулярной диффузии зависит от типа пород, структуры порового пространства, влажности пород и других факторов. Для песчаных пород

$$D_m = \chi n_0 D_m^0, \quad (6.1.3)$$

где  $\chi$  – параметр, характеризующий извилистость пор (для несцементированных песков  $\chi = 0,5-0,7$ ; для сцементированных  $\chi = 0,25-0,5$ );  $D_m^0$  – коэффициент молекулярной диффузии в свободной среде (порядок его  $n10^{-4}$  м<sup>2</sup>/сут)

*Гидравлическая дисперсия* – это процесс рассеивания вещества, сочетающий диффузию и конвекцию и зависящий от неравномерности поля скоростей во внутрипоровом пространстве (на молекулярном уровне), неоднородности и гетерогенности среды. В потоке подземных вод формируются продольная и поперечная дисперсии. Продольная микродисперсия развивается в направлении средней скорости движения подземных вод и наиболее четко прослеживается в одномерном фильтрационном потоке. Поперечное рассеивание вещества наблюдается в потоке с двух- и трехмерной структурой движения.

Гидравлическая микродисперсия протекает одновременно с конвективным вытеснением вещества и диффузионным переносом. Поэтому массоперенос вещества через единицу площади сечения из балансовых условий неразрывности потока может быть описан уравнением

$$v_c = Cv - D \frac{\partial C}{\partial x}, \quad (6.1.4)$$

где  $v_c$  – скорость массопереноса в направлении  $l$ ;  $C$  – объемная концентрация вещества;  $D$  – обобщенный коэффициент гидравлической микродисперсии, определяемый экспериментально

$$D = D_m + \delta_1 v, \quad (6.1.5)$$

$\delta_1$  – коэффициент, характеризующий геометрическую структуру порово-трещинного пространства и зависящий от типа породы и скорости фильтрационного потока.

В пористой среде миграция растворенных веществ протекает под воздействием как механических, так и физико-химических процессов.

Механическое и физико-химическое воздействия приводят к колебаниям удельного расхода вдоль оси  $x$ , что влечет за собой изменение концентрации вещества во времени. Эти процессы конвективно-дисперсионного переноса описываются вторым законом Фика:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - v \frac{\partial C}{\partial x}, \quad (6.1.6)$$

где  $D$  – коэффициент продольной дисперсии, который зависит от режима фильтрации, определяющего соотношение механической дисперсии и молекулярной диффузии.

Для решения уравнения (6.1.6) необходимы краевые и начальные условия. В начальный момент времени задается содержание вещества в почве  $S$  или в почвенном растворе  $C$ :

$$S(0, x) = S_0(x); C(0, x) = C_0(x). \quad (6.1.7)$$

На верхней и нижней границах возможны следующие варианты граничных условий.

1. Условие первого рода означает, что на границе задана концентрация раствора. Это может быть, например, концентрация поливной воды  $C_0$  в случае орошения по чекам (верхнее граничное условие) или концентрация раствора  $C_g$  в грунтовых водах (нижнее граничное условие) соответственно:

$$C(t, 0) = C_0(t); C(t, L) = C_g(t). \quad (6.1.8)$$

2. Условие второго рода используется в случае, если известен поток вещества  $F$ . Он обычно задается на верхней границе -  $F_0$ , когда производят поливы водой с заранее определенным содержанием загрязняющих веществ  $C_0$  или на нижней границе -  $F_g$ , когда измеряется концентрация загрязнителя  $C_g$  в дренажных водах:

$$F_0 = v_0 C_0 = v_0 C - D \frac{\partial C}{\partial x}; F_g = v_g C_g = v_g C - D \frac{\partial C}{\partial x}. \quad (6.1.9)$$

Для того, чтобы задать поток растворенного вещества, предварительно проводится моделирование влагопереноса, позволяющее установить расход воды через интересующую границу.

Уравнения конвективно-дисперсионного переноса вместе с краевыми и начальными условиями образуют основу для математического моделирования процессов миграции химических элементов и их соединений в ландшафтно-геохимических системах.

Выбор типа модели: эмпирической, балансовой или теоретической – существенно зависит от временного масштаба изучаемого процесса или явления. В работел. приводятся примеры почвенных процессов с разным характерным временем их протекания.

*Долгосрочные:* разложение гумуса, оподзоливание, оглеение.

*Среднесрочные:* образование глинистых минералов, разрушение глинистых минералов, псевдооглеение, эрозия, засоление.

*Краткосрочные:* испарение, диффузия газов, ионный обмен, минерализация, уплотнение, рассоление.

Сложность и временной масштаб процессов уменьшаются по мере уменьшения их продолжительности. Медленно протекающие процессы важны для эволюции почв. Для них используют эмпирические модели, ВТО время как для краткосрочных процессов чаще используют аналитические



модели. Среднесрочные процессы занимают промежуточное положение: для их описания применяют все виды моделей.

В процессе движения вещества в почве могут происходить процессы, связанные с его выпадением в осадок, потреблением растениями и др. – процессы его расхода, стока. Либо, напротив, его количество может увеличиваться за счет растворения осадков, притока сбоку – процессы притока, источника.

## 6.2 Физико-химические взаимодействия

Рассмотрим главные обменные взаимодействия между породой и подземной водой.

*Сорбция.* Сорбцией называют процесс совместного действия адсорбции и десорбции, т.е. поглощения и освобождения компонентов, которые происходят на поверхности твердой фазы и имеют различный характер и интенсивность в зависимости от состава, формы нахождения и концентрации примесей, состава воды и породы. Грубодисперсные и коллоидные взвеси, а также некоторые микроорганизмы механически задерживаются в порах породы, вызывая коагуляцию. Сорбция проявляется как результат действия поверхностных сил без вещественного изменения мигранта; при химической сорбции процесс необратим.

Если сорбируются ионы, процесс называется *ионным обменом*. Высокой сорбционной способностью характеризуются глинистые минералы и породы, а также органические вещества.

Кинетика обратимой сорбции описывается уравнением

$$\frac{\partial N}{\partial t} = \alpha(C - \beta N), \quad (6.2.7)$$

где  $N, C$  – соответственно адсорбированное породой количество вещества и концентрация его в растворе в момент  $t$ ;  $\alpha$  – коэффициент скорости сорбции;  $\beta$  – коэффициент распределения вещества в равновесных условиях,  $\beta = C_0/N_0$  ( $C_0, N_0$  – соответствующие предельные равновесные концентрации вещества в растворе и породе).

При необратимой сорбции, обусловленной неограниченно большой сорбционной емкостью породы, когда  $\beta \ll 1$ , уравнение (6.2.7) принимает вид

$$\frac{\partial N}{\partial t} = \alpha C. \quad (6.2.8)$$

При значительной скорости сорбционного процесса принимается, что равновесие между жидкой и твердой фазами устанавливается мгновенно, и для его описания используют линейную изотерму

$$N = \frac{1}{\beta} C = K_c C, \quad (6.2.9)$$

где  $K_2=1/\beta$  – константа Генри. Согласно (6.2.9) скорость сорбции прямо пропорциональна скорости изменения концентрации вещества в растворе.

*Растворение солей*, содержащихся в водоносных породах, зависит от количества, вида и степени растворимости минералов, состава пластовой воды и длительности ее воздействия на породу, наличия в ней других компонентов. Растворение может быть описано выражением

$$\frac{\partial N}{\partial t} = -\alpha_p (C_n - C) \quad (6.2.10)$$

где  $N$  – масса твердых солей в породе в момент  $t$ ;  $\alpha_p$  – эмпирическая константа скорости растворения;  $C_n$  и  $C$  – концентрация соответственно насыщенного раствора и текущая.

За начальные условия принимают естественное (фоновое) распределение концентрации вещества в подземной воде:  $t=0$   $C = C_0(x)$  или  $C_0 = 0$ , или  $C_0 = \text{const}$ .

На границах пласта  $L$  задают условие первого рода

$$C|_{x=L} = C_{\text{вх}}(t) \text{ или } C|_{x=L} = \text{const.}$$

Для единичного потока вещества – условие второго рода

$$q_c |_{x=L} = D \frac{\partial c}{\partial x} \text{ или } q_c |_{x=L} = \text{const или } 0$$

и условие третьего рода

$$q_c |_{x=L} = \left[ -D \frac{\partial C}{\partial x} + vC \right]_{x=L} \text{ при } q_c |_{x=L} = vC_{\text{вх}} |_{x=L}$$

или в другом виде

$$D \frac{\partial C}{\partial x} |_{x=L} = v(C - C_{\text{вх}}) |_{x=L}$$

От поля концентраций можно перейти к температурному полю, для чего следует заменить  $C$  на  $\theta$ , вместо коэффициента дисперсии  $D$  подставить коэффициент температуропроводности  $\alpha_T = \lambda / (C_g \gamma)$ . Используя аналогичную замену, можно получить и более общие уравнения теплопереноса.

## 7. Статистические методы обработки данных наблюдений

В почвоведении многие процессы характеризуются закономерностями, которые не обнаруживаются на основании лишь одного или нескольких наблюдений. Поэтому моделирование в почвоведении опирается на изучение массовых явлений с широким применением статистических методов.

Вероятно-статистические методы дают возможность определить обобщенные показатели почвенных свойств, характеризующих однородные в

статистическом смысле площади почвенных объектов. Выражением свойств почвенного объекта являются количественные, полуколичественные и качественные признаки. *Количественные признаки* выражаются мерой и числом и называются показателями свойств объекта. К ним относятся: коэффициент фильтрации, плотность, порозность почвы, наименьшая и капиллярная влагоемкости и т.п. *Полуколичественные и качественные* выражаются условно с использованием таких определений, как много, мало, сильно и т.п., например, проницаемость весьма хорошая, хорошая, слабая и т.п.

Для случайной величины можно указать закон распределения и выразить его графически. Показатели многих почвенных свойств (коэффициенты пористости, влажности) характеризуются одинаковыми законами распределения. Для них, как показывает опыт, эмпирические кривые распределения хорошо согласуются с кривой нормального распределения. Такая кривая имеет форму колокола, симметрична и асимптотически приближается к оси абсцисс в обе стороны от максимума. Нормальное распределение характерно для случайных величин, на которые воздействуют много факторов с примерно одинаковой силой.

Коэффициенты фильтрации, проницаемости, водопроницаемости, трещиноватости имеют положительную (т.е. правостороннюю) асимметричную кривую распределения с вершиной, смещенной влево, и пологой правой ветвью (рис.6). Если воспользоваться не значениями этих коэффициентов, а их логарифмами, то кривая распределения станет симметричной. (Такое распределение называют *логарифмическим нормальным* или *логнормальным*. Оно характерно для случайных величин, у которых возможность рассеивания ограничена наличием какой-нибудь естественной границы, например, для коэффициента фильтрации нулевым значением.

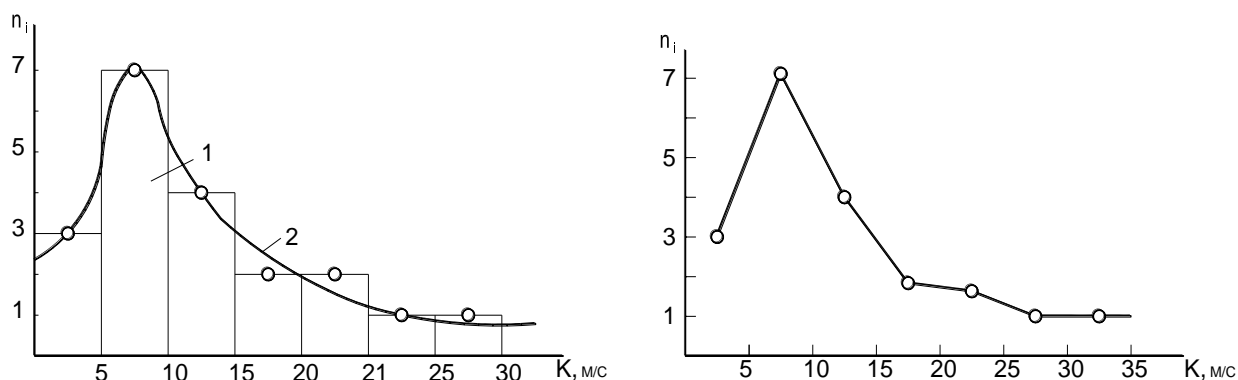


Рис.6. Гистограмма (а) и полигон частот (б) для выборки коэффициента фильтрации. 1 – гистограмма; 2 – кривая распределения.

## 7.1 Графические методы изображения результатов испытаний

Для предварительных выводов и наглядности строят гистограмму или полигон частот. Сначала данные группируются, т.е. размещаются в вариационный ряд или разбиваются на определенные интервалы (классы) и вариационный ряд строится из сгруппированных данных.

В вариационном ряду экспериментальные данные расположены в убывающей или возрастающей последовательности:

$$x_{\min} = x_1 \leq x_2 \leq x_3 \dots \leq x_n = x_{\max}.$$

Для группировки по интервалам выполняют следующее:

а) определяют приближенное число интервалов (классов)

$$N = 1 + \alpha \cdot \lg n \quad (7.1.1)$$

где  $n$  – объем выборки,  $\alpha$  - эмпирический коэффициент, равный 3 – 5;

б) находят длину интервала

$$\Delta N = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{N} \quad (7.1.2)$$

в) вычисляют середину области изменения выборки  $\frac{x_{\max} + x_{\min}}{2}$ ,

принимают ее за центр некоторого интервала, устанавливают границы интервалов и определяют их количество так, чтобы в совокупности они перекрывали всю область от  $x_{\min}$  до  $x_{\max}$ .

Количество интервалов, их длины могут варьироваться в зависимости от решаемых задач.

Гистограмма представляет собой ступенчатую фигуру, которая строится в такой последовательности:

а) определяют число и длину интервалов, интервалы размещают на оси абсцисс;

б) вычисляют частоты, т.е. количество наблюдений  $n_m$ , попавших в данный интервал;

в) подсчитывают и отмечают на оси ординат относительные частоты или частости, т.е. вероятность  $P_m$

$$P_m = \frac{n_m}{n} \quad (7.1.3)$$

г) строят ступенчатую фигуру, используя центральные значения интервалов и соответствующие им частости  $P_m$  (или частоты  $n_m$ ). (Рис.1).

Полигон частот отличается от гистограмм тем, что точки, отвечающие значениям частот или частостей, соединяются отрезками прямых линий (рис.2)

**Задание 1. Обработать результаты лабораторных определений коэффициента фильтрации**

Выборка состоит из двадцати вариантов,  $n=20$ . Составим из них вариационный ряд (табл.1).

Таблица 1

|             |     |      |     |     |      |      |     |    |     |    |
|-------------|-----|------|-----|-----|------|------|-----|----|-----|----|
| N<br>п/п    | 1   | 2    | 3   | 4   | 5    | 6    | 7   | 8  | 9   | 10 |
| k,<br>м/сут | 2,6 | 3,2  | 3,8 | 6,3 | 6,7  | 7    | 7,7 | 8  | 8,3 | 9  |
| N<br>п/п    | 11  | 12   | 13  | 14  | 15   | 16   | 17  | 18 | 19  | 20 |
| k,<br>м/сут | 12  | 12,5 | 13  | 14  | 16,2 | 17,4 | 21  | 22 | 28  | 32 |

Группируем данные. По формуле (7.1.1) вычислим число интервалов при  $\alpha=5$

$$N=1+5\lg 20=7,5 \approx 7.$$

Найдем длину интервала по формуле (7.1.2)

$$\Delta N = \frac{32 + 2,6}{7} = 4,2$$

Принимаем  $\Delta N = 5$ . Середина выборки равна  $\frac{32,0 + 2,6}{2} = 17,3$ , принимаем равной – 17,5. Зная длину интервала, найдем для каждого границы и окончательное их число. Составим таблицу 2.

Таблица 2

|                                    |       |        |         |       |       |       |       |    |
|------------------------------------|-------|--------|---------|-------|-------|-------|-------|----|
| Интерв.значен.<br>$k^0$ , м/сут.   | 1 - 5 | 5 - 10 | 10 - 15 | 15-20 | 20-25 | 25-30 | 30-35 |    |
| Частоты, $n_m$                     | 3     | 7      | 4       | 3     | 1     | 1     | 1     | 20 |
| Относит. частоты, $P_m$            | 0,15  | 0,35   | 0,2     | 0,15  | 0,05  | 0,05  | 0,05  | 1  |
| Центральные значен. $k^0$ , м/сут. | 2,5   | 7,5    | 12,5    | 17,5  | 20,5  | 27,5  | 32,5  |    |

Построим гистограмму и полигон частот. На оси абсцисс отложим в масштабе согласно таблице 2 интервалы значений коэффициентов фильтрации и для их центральных значений на оси ординат найдем отвечающие им значения частот  $n_m$ . Гистограмма – рис.5, полигон частот – рис.6. Как видим, данная статистическая совокупность асимметрична, гистограмма характеризует логнормальное распределение коэффициента фильтрации.

### Построение логнормальной кривой распределения

Вычислим логарифмы коэффициентов фильтрации, используя вариационный ряд и таблицу 2. Проведем новую группировку данных. Результаты вычислений занесем в таблицы 3 и 4

Таблица 3

|          |       |       |       |      |       |       |       |       |       |       |
|----------|-------|-------|-------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| N п/п    | 1     | 2     | 3     | 4    | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
| k, м/сут | 2,6   | 3,2   | 3,8   | 6,3  | 6,7   | 7     | 7,7   | 8     | 8,3   | 9     |
| lgk      | 0,414 | 0,505 | 0,58  | 0,8  | 0,825 | 0,845 | 0,886 | 0,902 | 0,92  | 0,954 |
| N п/п    | 11    | 12    | 13    | 14   | 15    | 16    | 17    | 18    | 19    | 20    |
| k, м/сут | 12    | 12,5  | 13    | 14   | 16,2  | 17,4  | 21    | 22    | 28    | 32    |
| lgk      | 1,08  | 1,095 | 1,118 | 1,15 | 1,21  | 1,24  | 1,332 | 1,344 | 1,447 | 1,505 |

Таблица 4

|                               |         |         |         |         |         |         |         |    |  |
|-------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|----|--|
| Интерв. lgk                   | 0,3-0,5 | 0,5-0,7 | 0,7-0,9 | 0,9-1,1 | 1,1-1,3 | 1,3-1,5 | 1,5-1,7 |    |  |
| Частота, $n_m$                | 1       | 2       | 4       | 5       | 4       | 3       | 1       | 20 |  |
| Частоты, $P_m$                | 0,05    | 0,1     | 0,2     | 0,25    | 0,20    | 0,15    | 0,05    | 1  |  |
| Центральн. значения $lgk_m^0$ | 0,4     | 0,6     | 0,8     | 1,0     | 1,2     | 1,4     | 1,6     |    |  |

По данным таблицы 4 строим гистограмму (рис.7). Как видно, значения частот lgk распределены достаточно симметрично, что отвечает нормальному закону.

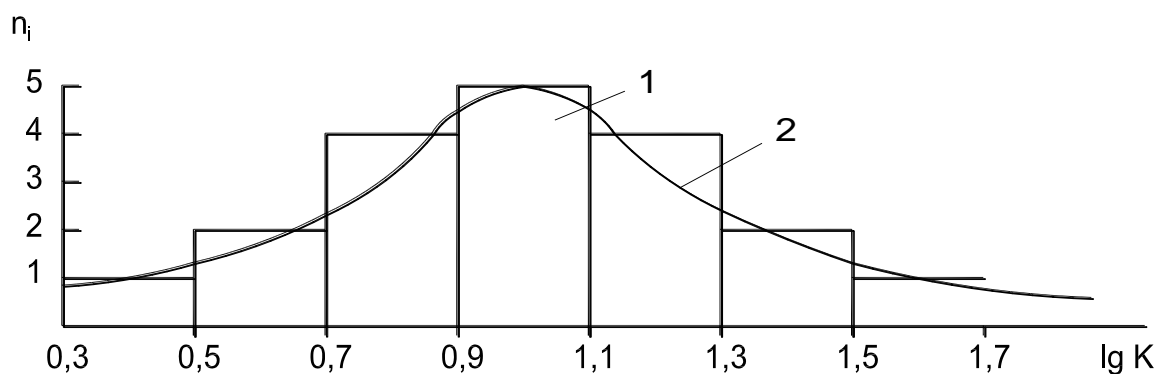


Рис.7. Гистограмма (1) и кривая распределения (2) для выборки величин lg k

## 7.2 Оценка статистических характеристик

Систематизация данных позволяет объединить данные наблюдений в группы, выделить типовые признаки или показатели, подготовить данные наблюдений к последующему обобщению.

Основная задача выборочного метода заключается в том, чтобы на основе изучения выборочной совокупности получить такие выборочные характеристики, которые как можно более точно отражали бы характеристики генеральной совокупности.

Пусть случайная величина  $X$  имеет распределение  $F(x, \theta)$ , содержащее неизвестный параметр. Требуется оценить параметр  $\theta$ , т.е. приближенно определить его значение по некоторой выборке  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Оценку параметра  $\theta$  обозначим  $\tilde{\theta}$ . Отметим,  $\tilde{\theta}$  является случайной величиной, так как в  $i$ -й серии из  $n$  испытаний  $\tilde{\theta}$  принимает некоторое значение  $\tilde{\theta}_i$ . Следовательно, можно говорить о распределении этой величины и о числовых характеристиках распределения.

Чтобы оценка  $\tilde{\theta}$  неизвестного параметра  $\theta$  имела практическую ценность, к ней предъявляются следующие требования.

Оценка  $\tilde{\theta}$  параметра  $\theta$  называется *несмещенной*, если математическое ожидание  $\tilde{\theta}$  равно  $\theta$ , т.е.

$$M(\tilde{\theta}) = \theta. \quad (7.2.1)$$

Требование несмещенности гарантирует отсутствие систематических ошибок при оценке параметров.

Так как  $\tilde{\theta}$  - случайная величина, значение которой изменяется от выборки к выборке, то меру ее рассеивания около математического ожидания  $\theta$  будем характеризовать дисперсией  $D(\tilde{\theta})$ . Оценка  $\tilde{\theta}$  называется *эффективной*, если при заданном  $n$  она имеет наименьшую дисперсию, т.е.

$$D(\tilde{\theta}) = D_{min}.$$

Оценка  $\tilde{\theta}$  называется *состоятельной*, если при  $n \rightarrow \infty$  она стремится по вероятности к оцениваемому параметру.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(|\tilde{\theta} - \theta| < \delta) = 1$$

Таким образом, разность  $|\tilde{\theta} - \theta|$  будет сколь угодно малой, а предел стремиться к единице при увеличении объема выборки при  $\delta > 0$ . Свойство очевидно, так как чем ближе  $n$  к  $\infty$ , тем ближе оценка к параметру. Отсюда следует, что состоятельность оценки возрастает с увеличением объема выборки.

### ***Генеральная средняя. Выборочная средняя***

В главе 7.1 описаны методы первичной обработки статистического материала. Следующая задача математической статистики – с помощью статистического ряда найти приближенные значения математического ожидания и дисперсии данной случайной величины, которые дают

обобщенную информацию о существенных особенностях изучаемой случайной величины. С помощью этих характеристик удобно сравнивать различные случайные величины. Основными методами получения точечных оценок являются **метод моментов, метод наименьших квадратов (МНК) и метод максимального правдоподобия (ММП)**.

*Метод моментов* является наиболее простым и общим способом точечной оценки. Пусть требуется изучить дискретную генеральную совокупность относительно количественного признака  $X$ .

*Генеральной средней* называется среднее арифметическое значение признака  $X$  генеральной совокупности. Предположим, что для изучения генеральной совокупности из нее извлечена выборка объема  $n$ .

*Выборочной средней*  $\bar{x}_e$  называется среднее арифметическое значений признака выборочной совокупности. Если все значения  $x_1, x_2, \dots, x_n$  различны, то

$$\bar{x}_e = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i.$$

Если значения  $x_1, x_2, \dots, x_k$  имеют соответственно частоты  $n_1, n_2, \dots, n_k$ , причем  $n_1 + n_2 + \dots + n_k = n$ , то

$$\bar{x}_e = \frac{x_1 n_1 + x_2 n_2 + \dots + x_k n_k}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_i n_i.$$

Так как каждой выборке объема  $n$ , извлеченной из генеральной совокупности, соответствует некоторое  $\bar{x}_e$ , то выборочную среднюю можно рассматривать как случайную величину  $X_e$ .

Выборочную среднюю принимают в качестве оценки генеральной средней. Можно доказать, что эта оценка является несмещенной и состоятельной. Выборочные средние, найденные по нескольким выборкам достаточно большого объема из генеральной совокупности, приближенно равны между собой. Это утверждение выражает свойство устойчивости выборочных средних.

Выборочная средняя  $x_b$ , вычисленная по  $n$  независимым наблюдениям над случайной величиной  $X$ , которая имеет математическое ожидание  $\mu$  и дисперсию  $\sigma^2$ , является несмещенной и состоятельной оценкой этого параметра.

Если случайная величина  $X$  распределена нормально с параметрами  $\mu; \sigma^2$ , то несмещенная оценка  $x_b$  математического ожидания  $\mu$  имеет минимальную дисперсию, равную  $\sigma^2/n$ , поэтому выборочная средняя является в этом случае эффективной оценкой математического ожидания  $\mu$ .



Величину  $S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$  называют дисперсией или вторым центральным моментом эмпирического распределения

$$m_2 = S^2.$$

Произвольным моментом порядка «k» называется сумма «k»-х степеней отклонений результатов наблюдений от произвольного числа C, деленная на объем выборки n.

$$m_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - C)^k,$$

где k может принимать любые значения натурального ряда чисел. Начальным моментом первого порядка является выборочное среднее, т.е.

$$\bar{x} = m_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - C)^1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i.$$

Если  $C = \bar{x}$ , то имеем центральные моменты

$$m_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^1,$$

$$m_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2,$$

$$m_3 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3,$$

.....,

$$m_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^k.$$

Среднеквадратическое отклонение равно

$$S = \sqrt{m_2} = \sqrt{S^2}.$$

Выборочное значение коэффициента вариации V, являющееся мерой относительной изменчивости наблюдаемой случайной величины, вычисляют по формуле

$$V = \frac{\sqrt{S^2}}{\bar{x}}.$$

Если известна форма связи искомого параметра с моментами, то вначале находят выборочные оценки моментов, а затем, используя форму связи, вычисляют оценку самого параметра. В качестве меры симметричности графика распределения случайных величин используется коэффициент асимметрии

$$A_s = \frac{m_3}{(\sqrt{m_2})^3} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{\left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right)^{3/2}},$$

который для симметричного распределения равен нулю.

Если  $A_s > 0$ , то график плотности вероятности имеет скос с левой стороны от  $\bar{x}$ , а если  $A_s < 0$ , то – с правой.

В качестве меры «крутости» графиков распределения случайных величин используют коэффициент эксцесса  $E_k$ , характеризующий крутость графика по сравнению с кривой Гаусса. Для оценки  $E_k$  используется формула

$$E_k = \frac{m_4}{m_2^2} - 3 = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{\left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right)^2} - 3.$$

Если  $E_k \geq 0$ , кривая островершинная, при  $E_k < 0$  – плосковершинная (пологая).

Метод наименьших квадратов используется в основном для оценки коэффициентов уравнения регрессии (см. главу «элементы теории корреляции»).

Метод максимального правдоподобия имеет большое преимущество по сравнению с другими методами точечной оценки. Он дает состоятельные, распределенные асимптотически нормально, эффективные оценки.

Метод состоит в следующем. Пусть имеется выборка  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , а рассматриваемый признак  $x$  имеет распределение плотности вероятностей  $f(x, \theta)$ , где  $\theta$  – неизвестный параметр, который требуется оценить по выборке. В силу случайности попадания в выборку величины  $x_i$  вероятность осуществления данной выборки равна произведению вероятностей

$$\prod_{i=1}^n f(x_i, \theta) = f(x_1, \theta) f(x_2, \theta) \dots f(x_n, \theta),$$

Такая функция называется функцией правдоподобия выборки и обозначается через  $L$ , т.е.

$$L = \prod_{i=1}^n f(x_i, \theta).$$

Выборочная оценка, которая обращает в максимум функцию правдоподобия, называется оценкой максимума правдоподобия. Для нахождения максимума правдоподобия определяют частную производную и приравнивают ее к нулю

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = 0.$$

Для оценки величины рассеивания средних выборочных относительно математического ожидания генеральной совокупности в

случае нормального распределения случайной величины применяют формулу

$$S_x^2 = \frac{D(x)}{n},$$

где  $D(x)$  – известная дисперсия генеральной совокупности;  $n$  – объем выборки.

Средняя ошибка выборочной средней

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{D(x)}{n}}.$$

Несмещенная оценка дисперсии получается по методу максимального правдоподобия с поправкой

$$S_{\sigma} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2.$$

При обработке статистических данных используются следующие **виды оценок:**

1. *Средняя арифметическая* для объема выборки  $n$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i.$$

При разделении выборки на  $k$  групп, в которых  $x_j$  встречается  $m_j$  раз

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^k m_j x_j.$$

2. *Средняя геометрическая* используется тогда, когда варианта  $x_i$  имеет размерность нулевого порядка. Величины такой размерности выражают вторичные признаки, являющиеся отношением двух одноименных величин, например, измеренная в результате опыта величина сравнивается с некоторым стандартным значением. Тогда средняя геометрическая равна

$$\bar{x} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i} \text{ или } \ln \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n \ln x_i}{n}.$$

3. *Средняя гармоническая* имеет свойство осреднять при неизменной сумме величин, обратных осредняемым. Она применяется, когда варианта  $x_i$  представлена обратной величиной и определяется по формуле

$$\bar{x}_{\text{гарм}} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{n_i}{x_i}}{\sum_{i=1}^n n_i}.$$

4. *Средняя квадратическая* используется тогда, когда варианта имеет размерность второго порядка, например, когда  $x_i$  есть площадь поверхности, полученная измерением длин сторон квадрата. В этом случае используется формула

$$\bar{x}_{кв} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}}.$$

4. *Медиана* делит ранжированный ряд распределения вариант  $x_i$  на две равные части. Таким образом, в ранжированном ряду распределения одна половина ряда имеет значения признака, превышающие медиану, другая – меньше медианы.
5. *Мода* показывает значение величины  $x_i$ , имеющей наибольшую частоту в статистическом ряду распределения.

По выборке рассчитываются *выборочные статистические характеристики*: среднее арифметическое, дисперсия, стандарт, коэффициент вариации. Они являются оценками соответствующих генеральных статистических параметров.

**Центральные значения.** Положение центра распределения на числовой оси определяют среднее арифметическое, медиана и мода.

*Среднее арифметическое* ( $\bar{x}$ ) является выборочным аналогом математического ожидания .

*Медианой (Me)* называется значение случайной переменной X, при котором вероятность  $P(X)=0,5$ . Медиана, как характеристика среднего значения изучаемого свойства, может быть найдена и для количественных признаков, поскольку они могут быть ранжированы. Если число наблюдений  $n$  нечетное, то медианой будет являться значение признака, стоящее на  $0,5(n+1)$  месте в ранжированном ряду. Если  $n$  число четное, то медианой считается среднее из двух величин, стоящих в ранжированном ряду на местах  $0,5n$  и  $0,5n+1$ .

При группировке медиану вычисляют по формуле

$$M_e = a_k + \left( \frac{\frac{n}{2} - \sum n_i}{n_m} \right) b.$$

Здесь  $a_k$  – нижняя граница интервала, в который попадает медиана;  $n, b$  – объем выборки и ширина интервала;  $\sum n_i$  - сумма частот во всех интервалах, меньших медианы;  $n_m$  – частота, отвечающая интервалу, в который попала медиана.

**Характеристики рассеяния.** В качестве основной меры рассеяния случайной величины относительно среднего его значения используют выборочную дисперсию и среднеквадратическое отклонение.

Дисперсия ( $S^2$ ) вычисляется по формулам

$$S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} \text{ или } S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \quad (7)$$

Первая формула применяется при  $n > 20 - 30$ ; вторая – при малых выборках, чтобы получить несмещенное значение  $S^2$ .

Среднеквадратическое отклонение или стандарт ( $S$ ) есть корень квадратный из дисперсии.

При группировке данных дисперсия вычисляется по формуле

$$S^2 = \sum_{m=1}^N \frac{(x_m^0 - \bar{x})^2 \cdot n_m}{n-1} = \frac{n}{n-1} \sum_{m=1}^N (x_m^0 - \bar{x})^2 P_m \quad (8)$$

Размахом ( $R$ ) называется разность между крайними членами вариационного ряда наблюдений

$$R = x_{\max} - x_{\min} \quad (9)$$

и используется при небольшом объеме выборки.

Коэффициент вариации или изменчивости ( $V$ ) – величина безразмерная, что удобно для сравнительных оценок, и вычисляется по формуле

$$V = \frac{S}{x} \cdot 100\% \quad (10)$$

При логнормальном законе распределения во всех приведенных формулах вместо переменной  $X$  используется  $\lg X$ .

## **Задание 2. Вычисление обобщенных статистических характеристик.**

Вычислим среднее арифметическое значение по (4), используя данные таблицы 3.

$$k_{\lg} = \frac{1}{20} \sum_1^{20} \lg k_i = \frac{1}{20} (0,414 + 0,505 + \dots + 1,505) = 1,007; \quad k_{\lg} = 10,2 \text{ м/сут.}$$

Для сгруппированных значений  $\lg k$ , используя таблицу 4, имеем по формуле (5)

$$k_{\lg}^0 = \frac{1}{n} \sum_{m=1}^7 n_m \lg k^0 = \sum_{m=1}^7 \lg k_m^0 \cdot P_m = (0,4 \cdot 0,05 + 0,6 \cdot 0,1 + \dots + 1,6 \cdot 0,05); \quad k = 10,5 \text{ м/сут.}$$

Использование центральных значений ускорило расчет, но внесло небольшие изменения в результаты вычислений.

Вычислим медиану и моду. При четном числе членов ряда медиана равна

$$\lg k_e = \frac{\lg k_{10} + \lg k_{11}}{2} = \frac{0,954 + 1,08}{2} = 1,012; \quad k_e = 10,2 \text{ м/сут.}$$

При группировке данных получим по формуле (6)

$$\lg k_e = 0,9 + \left( \frac{\frac{20}{2} - 7}{5} \right) \cdot 0,2 = 1,02.$$

Здесь интервал, в который попадает медиана 0,9 – 1,1; нижняя его граница  $a_k=0,9$ ; сумма частот во всех интервалах, меньших медианы, 7; частота интервала с медианой равна 5; ширина – 0,2;  $k_e=10,5$  м/сут.

Модальное значение отвечает интервалу с максимальной частотой и равно  $\lg k_0^0=1,0$  или  $k_0=10$  м/сут. Значения среднего, медианы и моды практически совпадают, что может свидетельствовать о распределении  $\lg k$ , близком нормальному закону.

Вычислим дисперсию  $\lg k$  для сгруппированных значений, используя таблицу 3 и формулу (8):

$$S_{\lg}^2 = \frac{n}{n-1} \sum_{m=1}^7 (\lg k_m^0 - k_{\lg}^0)^2 P_m$$

$$S_{\lg}^2 = \frac{n}{n-1} [(0,4-1,02)^2 \cdot 0,05 + (0,6-1,02)^2 \cdot 0,1 + \dots + (1,6-1,02)^2 \cdot 0,05] = 0,095$$

Величина стандарта равна  $S_{\lg}^0=0,3$ . Величина размаха по формуле (9) с использованием вариационного ряда таблицы 3 равна

$$R_{\lg} = \lg k_{\max} - \lg k_{\min} = 1,505 - 0,414 = 1,091$$

Коэффициент вариации по формуле (10)

$$V_{\lg} = \frac{S_{\lg}^0}{k_{\lg}^0} = \frac{0,3}{1,02} = 0,3.$$

### ***Оценка точности вычисленных статистических характеристик***

Все статистические характеристики вычисляются с некоторой ошибкой. Величина стандартной ошибки среднего арифметического вычисляется

$$p_x = \frac{S}{\sqrt{n}} \quad (11)$$

Для удобства сопоставления разных показателей вычисляют показатель точности

$$\rho_x = \frac{p_x}{x} \cdot 100\% \quad (12)$$

Величина ошибки среднего арифметического зависит от числа определений, когда  $n < 15 - 20$ .

### ***Задание 3. Вычисление стандартных ошибок. Используя задания 1 и 2, дадим оценку точности их вычисления.***

Найдем величину стандартной ошибки среднего арифметического по формуле (11)

$$p_{\lg k_0} = \frac{S_{\lg}^0}{\sqrt{N}} = \frac{0,3}{\sqrt{7}} = 0,113$$

и показатель точности по (12), учитывая, что  $k_{\lg}^0=1,02$

$$\rho_{\lg k_0} = \frac{p_{\lg k_0}}{k_{\lg}^0} \cdot 100\% = 11\%$$

## 8. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ КОРРЕЛЯЦИИ

### 8.1 Функциональная и корреляционная зависимости

Строгая функциональная зависимость между двумя переменными реализуется редко, так как обе величины или одна из них подвержены еще действию случайных факторов. В этом случае возникает стохастическая зависимость. При изучении зависимости между двумя величинами, каждая из которых подвергается случайному рассеиванию, применяются методы корреляционного анализа. Корреляционный анализ изучает закон изменения среднего каждой из величин в зависимости от значений другой величины, а также меру зависимости между рассматриваемыми величинами.

В таких случаях одна величина рассматривается как независимая переменная, называется аргументом и обозначается буквой  $x$ ; другая является зависимой переменной, называется функцией и обозначается буквой  $y$ . Например, если определяют связь урожайности сельскохозяйственных культур с количеством осадков, то независимой переменной – (аргументом  $x$ ) следует принять осадки, а зависимой функцией  $y$  – урожайность.

Если надо найти связь между взаимовлияющими и взаимозависимыми переменными, одну величину условно принимают за аргумент  $x$ , а другую – искомую за функцию  $y$ . Например, находя связь между запасами влаги в различных слоях почвы (0 – 20 и 20 – 50 см), запасы влаги в верхнем слое (0 – 20 см) можно условно принять за аргумент  $x$ , а запасы влаги в слое 20 – 50 см – за функцию  $y$ .

Главной задачей исследования статистических связей между различными переменными величинами является выяснение на основе большого числа наблюдений поведения функции  $y$  в зависимости от изменения главного аргумента  $x$ . При этом необходимо знать, хотя бы в общих чертах, степень влияния других, дополнительных, изменяющихся, но не учтенных факторов. Если эта степень мала, то, зная  $x$ , можно достаточно точно определить  $y$ . Если же влияние дополнительных факторов велико, то  $y$  и  $x$  слабо связаны между собой, и с изменением  $x$  нельзя достаточно точно определить поведение  $y$ .

Определение степени влияния главных учитываемых факторов и дополнительных неучтенных является второй задачей теории корреляции.

Первая задача теории корреляции решается путем определения формы связи и нахождения уравнения этой связи двух или нескольких переменных величин. Вторая задача решается путем расчета различных показателей тесноты связи, которые дают оценку степени рассеяния  $y$  для разных значений  $x$ .

Общий вид уравнения корреляционной связи  $\bar{y}_{x_i} = f(x_i)$ . Здесь  $f(x_i)$  представляет собой определенную однозначную функцию, дающую возможность по  $x_i$  находить приближенно соответствующие средние значения  $\bar{y}_i$  ( $i=1,2,3,\dots,n$  – знак порядкового номера наблюдений,  $n$  – общее

число наблюдений). Это уравнение называется уравнением регрессии  $y$  по  $x$ , где  $x$  – аргумент, а  $y$  – функция.

Можно также находить уравнение в виде  $\bar{x}_i = f(y_i)$ . Тогда составленное уравнение является выражением корреляционной связи  $\bar{x}_i$  с  $y_i$  и называется уравнением регрессии  $x$  по  $y$ . Формулы, полученные на основе статистического анализа экспериментальных данных, называются эмпирическими.

Из встречающихся форм корреляционных связей наиболее распространены линейные связи. Однако наблюдаются и нелинейные. Поэтому при выборе формы связи необходимо учитывать характерные особенности линии связи, вытекающие непосредственно из самой физической сущности изучаемого явления. Таким образом, выбору должен предшествовать логический анализ, обусловленный знанием общих закономерностей исследуемых явлений.

Для примера рассмотрим связь между запасами продуктивной влаги в различных слоях почвы осенью под озимой пшеницей. Используем данные фактических наблюдений гидрометеорологических станций за запасами влаги осенью в южных районах Украины.

Так как в засушливых южных районах при продолжительной осени корневая система озимой пшеницы к моменту прекращения вегетации осенью может достигать 20-40 см, то кроме запасов влаги в почве важно знать их расположение по слоям. Проанализируем данные о запасах продуктивной влаги в верхнем 20-сантиметровом слое почвы и в слое от 20 до 50 см глубины.

За независимую переменную условно возьмем запасы влаги в слое 0-20 см, а за зависимую переменную  $y$  – запасы влаги в слое 20-50 см. Используем 135 случаев пар наблюдений. Записываем их сначала в виде простой таблицы-сводки, где под одним порядковым номером отмечаем пары значений  $x$  и  $y$ .

## 8.2 Множественная линейная корреляция трех переменных величин

При исследовании связей между различными явлениями часто можно встретиться с тем, что на одну переменную величину оказывают влияние сразу несколько переменных величин. Рассмотрим вопрос о связи трех переменных величин, т.е. когда одна переменная величина  $z$  зависит главным образом от двух других величин, независимых переменных  $x$  и  $y$ . Наиболее простой формой такой связи является линейная связь

$$z = ax + by + c \quad (8.2.1)$$

где  $a, b, c$  – постоянные величины, которые необходимо определить.

Параметры уравнения можно определить двумя способами: 1) через коэффициенты корреляции данных переменных величин, 2) методом наименьших квадратов.



Рассмотрим первый способ расчета параметров уравнения через коэффициенты корреляции.

Линейное уравнение связи между тремя переменными величинами можно представить в виде

$$z - \bar{z} = a(x - \bar{x}) + b(y - \bar{y}) \quad (8.2.2)$$

где  $\bar{z}, \bar{x}, \bar{y}$  - средние арифметические значения величин  $z, x$  и  $y$ .

Тесноту связи между тремя переменными величинами определяют общим коэффициентом корреляции, который вычисляется по формуле

$$R = \sqrt{\frac{r_{zx}^2 + r_{zy}^2 - 2r_{zx}r_{zy}r_{xy}}{1 - r_{xy}^2}}, \quad (8.2.3)$$

где  $r_{zx}, r_{zy}, r_{xy}$  - парные коэффициенты корреляции.

Общий коэффициент корреляции  $R$  имеет следующие свойства.

1. Значение  $R$  всегда положительно и изменяется от 0 до 1.
2. Если  $R = 0$ , то  $z$  не может быть линейно связано с  $x$  и  $y$ .
3. Если  $R = 1$ , то  $z$  связано с  $x$  и  $y$  линейной корреляционной связью.
4. Если  $R$  отлично от своих крайних значений (0 и 1), то при приближении  $R$  к единице теснота линейной связи  $z$  с  $x$  и  $y$  увеличивается.

Для того чтобы выделить степень влияния на полученный результат каждого фактора в отдельности и определить общий коэффициент корреляции  $R$ , надо рассчитать парные коэффициенты корреляции:

$$r_{zx} = \frac{\sum \Delta X \cdot \Delta Z}{\sqrt{\sum \Delta X^2 \sum \Delta Z^2}}, \quad r_{zy} = \frac{\sum \Delta Y \cdot \Delta Z}{\sqrt{\sum \Delta Y^2 \sum \Delta Z^2}}, \quad r_{xy} = \frac{\sum \Delta X \cdot \Delta Y}{\sqrt{\sum \Delta X^2 \sum \Delta Y^2}}.$$

Здесь  $\Delta X = X_i - \bar{X}$ ;  $\Delta Y = Y_i - \bar{Y}$ ;  $\Delta Z = Z_i - \bar{Z}$ .

Каждый из перечисленных парных коэффициентов корреляции при наличии связи между тремя переменными величинами определяет тесноту линейной связи между двумя переменными, когда третья величина остается (условно) постоянной.

Определив парные коэффициенты корреляции  $r_{zx}, r_{zy}, r_{xy}$ , а также общий коэффициент корреляции  $R$  и убедившись в достаточно надежной тесноте связи между исследуемыми величинами, переходим к определению параметров  $a, b$  и  $c$  уравнения линейной регрессии  $z = ax + by + c$ . Формулы для вычисления параметров  $a$  и  $b$  имеют следующий вид:

$$a = \frac{\sigma_z}{\sigma_x} \cdot \frac{r_{zx} - r_{zy}r_{xy}}{1 - r_{xy}^2}, \quad (8.2.4)$$

$$b = \frac{\sigma_z}{\sigma_y} \cdot \frac{r_{zy} - r_{zx}r_{xy}}{1 - r_{xy}^2},$$

где  $\sigma_z, \sigma_x, \sigma_y$  - средние квадратические отклонения соответственно переменных  $z, x$  и  $y$ .

$$\sigma_z = \sqrt{\frac{\sum \Delta Z^2}{n}}, \quad \sigma_x = \sqrt{\frac{\sum \Delta X^2}{n}}, \quad \sigma_y = \sqrt{\frac{\sum \Delta Y^2}{n}}, \quad (8.2.5)$$

(n – общее число наблюдений)

Подставив значения параметров a и b в уравнение (8.2.2), получим общий вид уравнения регрессии трех переменных, которое характеризует найденную связь между тремя переменными величинами.

Средняя квадратическая ошибка уравнения регрессии трех переменных величин вычисляется по формуле

$$S_z = \pm \sigma_z \sqrt{\frac{1 - r_{zx}^2 - r_{zy}^2 - r_{zy}^2 + 2r_{zx}r_{xy}r_{zy}}{1 - r_{xy}^2}}. \quad (8.2.6)$$

Средняя квадратическая ошибка общего коэффициента множественной корреляции вычисляется по формуле

$$\sigma_R = \pm \frac{1 - R^2}{\sqrt{n}}. \quad (8.2.7)$$

### 8.3 Уравнения линейной связи между тремя переменными величинами

Рассмотрим в качестве примера линейной связи между тремя переменными величинами зависимость запасов влаги в пахотном слое почвы в августе, когда происходит сев озимых культур в Западной Сибири, от суммы осадков в августе и июле. Установить такую связь необходимо для того, чтобы, имея большой ряд наблюдений за влажностью почвы, можно было бы по количеству осадков рассчитать запасы влаги в почве и дать агроклиматическую оценку условий увлажнения почвы в период сева озимых.

Итак, необходимо найти уравнение связи трех переменных величин

$$z = ax + by + c,$$

z – средние за август запасы продуктивной влаги в слое почвы 0 -20 см, мм; x – сумма осадков в августе, мм; y – сумма осадков в июле, мм.

Для нахождения неизвестных параметров уравнения a, b, c и коэффициента множественной корреляции R, указывающего на тесноту связи, данные наблюдений расположим в таблицу и проведем расчеты остальных граф. Две последние графы в таблице рассчитываются для контроля.

После анализа материала наблюдений записываем данные о запасах влаги (z) и количестве осадков за август и июль (соответственно x и y) и находим их средние значения:

$$\bar{z} = \frac{\sum z}{n} = \frac{1352}{52} = 26,0$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{2496}{52} = 48,0$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{2964}{52} = 57,0$$

После этого рассчитываем отклонения значений каждой величины от средней:

$$\Delta Z = Z_i - \bar{Z}, \quad \Delta X = X_i - \bar{X}, \quad \Delta Y = Y_i - \bar{Y}.$$

Найдя разности указанных значений, их квадраты, их произведения и суммы этих значений и записав все в таблицу, делаем контроль расчетов по формуле:

$$\begin{aligned} \sum \Delta Z^2 + \sum \Delta X^2 + \sum \Delta Y^2 + 2\sum \Delta Z\Delta X + 2\sum \Delta Z\Delta Y + 2\sum \Delta X\Delta Y = \\ \sum (\Delta X + \Delta Y + \Delta Z)^2; \quad \sum (\Delta X + \Delta Y + \Delta Z)^2 = 188214. \\ (8790 + 30298 + 51274 + 2 \cdot 13695 + 2 \cdot 15208 + 2 \cdot 20023 = 188214.) \end{aligned}$$

Контроль показал правильность расчетов, можно перейти к нахождению парных коэффициентов корреляции:

$$\begin{aligned} r_{zx} &= \frac{\sum \Delta X\Delta Z}{\sqrt{\sum \Delta X^2 \sum \Delta Z^2}} = \frac{13695}{\sqrt{30298 \cdot 8790}} = 0,84 \\ r_{zy} &= \frac{\sum \Delta Y\Delta Z}{\sqrt{\sum \Delta Y^2 \sum \Delta Z^2}} = \frac{15208}{\sqrt{51274 \cdot 8790}} = 0,71 \\ r_{xy} &= \frac{\sum \Delta X\Delta Y}{\sqrt{\sum \Delta X^2 \sum \Delta Y^2}} = \frac{20023}{\sqrt{30298 \cdot 51274}} = 0,51. \end{aligned}$$

Далее находим общий коэффициент множественной корреляции R и его вероятную ошибку E<sub>R</sub>:

$$\begin{aligned} R &= \sqrt{\frac{r_{zx}^2 + r_{zy}^2 - 2r_{zx}r_{zy}r_{xy}}{1 - r_{xy}^2}} = \\ &= \sqrt{\frac{(0,84)^2 + (0,71)^2 - 2(0,84 \cdot 0,71 \cdot 0,51)}{1 - (0,51)^2}} = 0,90; \\ E_R &= \pm 0,67 \frac{1 - R^2}{\sqrt{n}} = \pm 0,67 \frac{1 - (0,90)^2}{\sqrt{52}} = \pm 0,02. \end{aligned}$$

Следовательно, наиболее вероятные значения R заключены в интервале

$$R \pm E_R = 0,90 \pm 0,02 = \begin{cases} 0,92, \\ 0,88, \end{cases}$$

а предельные значения коэффициента корреляции

$$R \pm 4E_R = 0,90 \pm 0,08 = \begin{cases} 0,98, \\ 0,82. \end{cases}$$

Как видно, значения R очень высокие, т.е. связь запасов влаги в слое почвы 0-20см с количеством осадков за август и июль очень тесная.

Найдем уравнение регрессии данной связи. Для этого рассчитаем средние квадратические отклонения:

$$\begin{aligned} \sigma_z &= \sqrt{\frac{\sum \Delta Z^2}{n}} = \sqrt{\frac{8790}{52}} = 13,0 \\ \sigma_x &= \sqrt{\frac{\sum \Delta X^2}{n}} = \sqrt{\frac{30298}{52}} = 24,14 \\ \sigma_y &= \sqrt{\frac{\sum \Delta Y^2}{n}} = \sqrt{\frac{51274}{52}} = 31,4. \end{aligned}$$

Подставляя найденные значения  $\bar{z}, \bar{x}, \bar{y}, \sigma_z, \sigma_x, \sigma_y, r_{zx}, r_{zy}, r_{xy}$  в уравнение (6), получим

$$z = 26,0 + 0,54 \cdot 0,65(x - 48) + 0,41 \cdot 0,38(y - 57).$$

$$z = 0,35x + 0,16y + 0,1$$

Составленное уравнение выражает зависимость запасов влаги от суммы осадков за август и июль.  $z$  – средние за август запасы продуктивной влаги в слое 0-20см, мм;  $x$  – сумма осадков за август, мм;  $y$  – сумма осадков за июль, мм.

Находим среднюю квадратическую ошибку полученного уравнения регрессии

$$S_z = \pm \sigma_z \sqrt{1 - R^2} = 13,0 \sqrt{1 - (0,90)^2} = \pm 5,7 \text{ мм.}$$

Построим номограмму для определения запасов влаги.

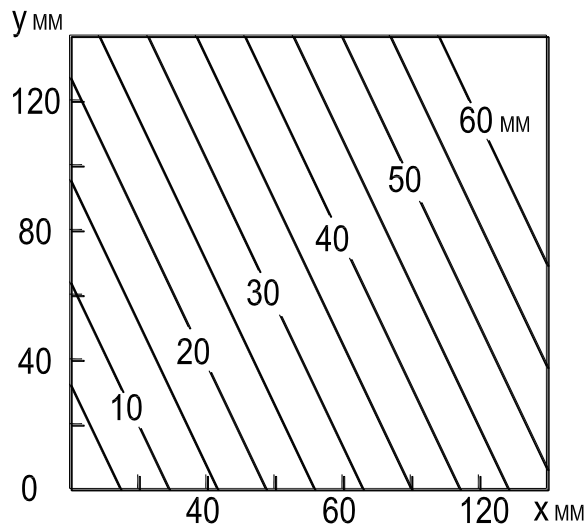


Рис.8. Гистограмма для определения запасов влаги

Допустим, надо получить на графике значения  $z$  через интервал 5мм. Задаем значения  $z$  через каждые 5мм и решаем уравнение сначала относительно  $x$  при  $y=0$ , а затем при тех же значениях  $z$  решаем уравнение относительно  $y$  при  $x=0$ . Например, на графике необходимо получить линию  $z=5$ мм. Решаем уравнение для данного  $z=5$ мм относительно  $x$  при  $y=0$ , получаем  $5=0,35x+0,1$ , откуда  $x=14,0$ . Откладываем на оси абсцисс точку с координатой  $x=14$ .

Далее решаем уравнение относительно  $y$  для того же  $z=5$ мм, но при  $x=0$ , получаем  $5=0,16y+0,1$ , откуда  $y=31$ . Откладываем на оси  $y$  точку с координатой 31. Таким образом, имеем две точки на осях, где  $z=5$ мм. Соединив эти точки, получаем прямую для  $z=5$ мм.

Если надо построить график для значений  $z$  через интервал 5мм, то дальнейшие расчеты проводят аналогичным образом для  $z=10, 15, 20$ мм и т.д. Таким образом получаем графическое изображение зависимости, по которому легко производить расчеты запасов влаги в почве в зависимости от суммы осадков.

## 9. Модели прогноза и управления в задачах агрофизики

### 9.1 Модели прогноза

Управление плодородием почв – это целенаправленное изменение его составляющих для достижения планируемого состояния. Научной основой управления являются теоретические принципы и методы их реализации, а информационной базой – количественное выражение связей в системе почва-технология-продуктивность.

Методы прогнозирования близки моделям управления, так как научное управление всегда предполагает оценку возможных будущих состояний системы. В моделях прогноза изначально отсутствует заданная цель, которая обязательна в моделях собственно управления. Модели прогноза и управления плодородием при подобии общей структуры принципиально различаются по логике решения.

В схеме *моделей прогноза* можно выделить три блока.

Блок I – входные переменные.

Блок II – почвы (внутрипочвенные параметры).

Блок III – выходные переменные (прогнозное состояние).

Переменные на входе модели подразделяются на управляемые (управления) и неуправляемые (возмущения). Первые из них – детерминированные, а среди возмущений неизбежно проявление стохастичности. Например, случайный характер имеют погодные аномалии. Следовательно, любая модель прогноза автоматически становится вероятностной.

Примерами управляемых переменных могут служить: уровень грунтовых вод, солевые запасы, структура пахотного горизонта. Среди входных переменных могут быть непрерывные и дискретные (например, периодическое известкование), наблюдаемые и ненаблюдаемые и т.д. Прогноз состоит в том, чтобы отправляясь от информации о входных сигналах и самом объекте (блоки I, II), смоделировать его будущее состояние (блок III). Иная последовательность решения имеет место в моделях управления. Ее первый этап – создание идеального образа будущего состояния почвы (блок III), конечная цель определение набора и значений управляющих факторов на входе (дозы удобрений, мелиоративные мероприятия и др.), которые необходимы для достижения желаемого состояния. Иными словами, задача является обратной по сравнению с прогнозом.

Перечислим основные задачи мелиорации, решение которых должно быть получено на основе прогноза:

- количественное описание режима и химизма грунтовых вод, состава и запаса солей в почво-грунтах и динамики их до начала орошения;

- вычисление величин, характеризующих развитие во времени подъема уровня грунтовых вод;

- выбор оптимального режима промывок, если почвы засолены до орошения (сроков, норм и последовательности водоподачи для удаления солей из почвы);
- оптимального режима поливов, уменьшающих питание грунтовых вод, или способствующих нисходящим токам солей;
- выбор оптимального набора постоянных и временных дренажных сооружений;
- определение технических характеристик сооружений и объемов водоподачи и водоотвода для поддержания допустимых концентраций солей в почвах и грунтовых водах;
- анализ влияния системы на водно-солевой режим соседних территорий.

## **9.2 Управление почвенным плодородием**

Управление плодородием почв – это целенаправленное изменение его составляющих для достижения планируемого состояния. Научной основой управления являются теоретические принципы и методы их реализации, а информационной базой – количественное выражение связей в системе почва-технология-продуктивность.

Состояние системы в данный момент времени выражается комплексом определенных показателей, которые подразделяют на входные, внутренние и выходные. Одни и те же показатели в зависимости от иерархического уровня моделей и постановки задач могут быть отнесены к любой из этих категорий. Шишов

Так, содержание гумуса может быть входным показателем в моделях по изучению его влияния на продуктивность агроценозов, выходным – при моделировании изменения гумусированности под воздействием факторов и внутренним – как важнейшей составляющей плодородия почв. Выходные данные любой системы являются входными для систем более высокого ранга.

Состояние почвы и ее взаимодействие со средой характеризует определенный набор векторов значений входных и выходных показателей внутреннего состояния. Конечная цель моделей управления – формализованное представление причинно-следственных отношений между ними и построение нормативной базы с заданным уровнем точности.

Моделирование управления плодородием предполагает наличие трех информационных блоков, характеризующих соответственно: планируемое или желаемое состояние почвы (1), ее фактическое или исходное состояние (2), количественные характеристики внутренних и внешних связей (3).

Во всех случаях исключительную важность приобретают правильная формализация задачи, определение целевых функций, ограничений и допущений с учетом имеющейся базы данных. Нередко оправдана декомпозиция общей задачи на составляющие, которые допускают частные решения (например, модели воспроизводства гумуса, влагообеспеченности др.), имея в виду их последующее объединение.

Для сложных систем используют такие модели, которые учитывают процессы сомоорганизации почвы (гомеостаза), реализуемые посредством механизма обратных связей. Блок обратной связи обеспечивает соответствие между интенсивностью выходных и входных сигналов, усиливая или ослабляя последние. Этому блоку отводится важное место в анализе причин отклонений фактических значений внутренних и выходных переменных от планируемых.

Рассматриваются две альтернативные модели систем управления плодородием почв в зависимости от цели управления. Первый вариант ориентирован на непосредственное измерение регулируемых показателей почв и компенсацию их отклонений от заданных значений. При этом выходная переменная «продуктивность» имеет в контроле второстепенное значение. По этому принципу осуществляется регулирование почв по рН, содержанию гумуса, элементов питания и т.п. Его достоинство – прямое использование нормативов по отдельным показателям.

В другом варианте целью управления является развитие растения.

В теории управления информация оценивается как ресурс производства, не менее важный и существенный для достижения конечных результатов, чем материально-технические ресурсы - оросительная вода, удобрения, химические средства защиты растений. Это очевидно, так как из-за отсутствия сведений о происходящих на поле процессах и событиях (например, о скорости притока грунтовых вод в активный слой почвы, снижении влажности почвы ниже критического уровня) или неверных сведений (например, завышенная или заниженная влагоемкость почвы, завышенная в сравнении с фактически поданной на поле поливная норма) принимаются и реализуются ошибочные управленческие решения. Последствия подобных ошибок также часто отрицательны для плодородия почвы.[16]

Недостатки в ведении орошаемого земледелия устраняются оптимальным управлением производством. Для этого необходимы модели, то есть математические описания главных природных и технологических процессов, протекающих и проводимых на полях и определяющих изменения плодородия почвы и урожайность культур. Модели должны обеспечивать возможность расчета и прогнозирования движения этих процессов.

Кроме того, нужны модели оптимизации состава и параметров этих операций при дефиците ресурсов, то есть модели, позволяющие так планировать распределение недостаточных ресурсов между полями, чтобы получать максимальную отдачу от отдельных полей или всего хозяйства.

Для использования перечисленных моделей при управлении необходимы программы для решения, а также сбор, хранение и ввод в модели информации следующих видов: нормативно-справочной, сезонной (о конкретных характеристиках каждого поля), оперативной. Состав оперативной информации можно разделить на данные о факторах и условиях, не зависящих от земледельца, и данные обратной связи о выполнении ранее запланированных операций. К первым относятся

температура, влажность воздуха и осадки, фактические даты наступления фаз развития растений. Данные обратной связи – это исполнительные сроки, нормы проведения поливов, дозы внесения удобрений, фактические сроки проведения и параметры обработки полей и т.п. Как видно, оптимальное управление невозможно без вооружения средствами сбора информации и быстродействующей вычислительной техники.

### 9.3 Общие принципы управления поливами

Оценки антропогенных воздействий на качество используемых ресурсов и обратного воздействия ухудшенного качества этих ресурсов на эффективность сельскохозяйственного производства позволяют скорректировать планы развития сельскохозяйственного производства с учетом негативных побочных воздействий на водные и земельные ресурсы.

Оптимальным управлением называют такую совокупность управляющих воздействий, которая при заданных ограничениях обеспечивает наивыгоднейшее значение некоторого количественного показателя – критерия оптимальности, характеризующего эффективность функционирования управляемого объекта. В качестве управляющего воздействия рассмотрим поливы. Дефицит водопотребления сельскохозяйственных культур определяют в миллиметрах слоя воды или в метрах кубических на 1 га ( $1\text{мм}=10\text{м}^3/\text{га}$ ). Величину дефицита за  $\tau$ -тые сутки можно определить по уравнению:

$$D_{\tau} = E_{\tau} - (P_{\tau} - \Delta P_{\tau}) - W_{\tau}^c, \quad (9.3.1)$$

где  $E_{\tau}$  - суммарное испарение с поля (водопотребление), состоящее из транспирации растений и испарения с почвы, мм;  $P_{\tau}$  - сумма выпавших осадков,  $\Delta P_{\tau}$  - потеря их на поверхностный сток и фильтрацию, мм;  $W_{\tau}^c$  - капиллярный приток близких грунтовых вод, мм.

Основным критерием, на который ориентируются при управлении орошением, является динамика запасов почвенной влаги в слое максимального сосредоточения корней культуры, называемом активным слоем почвы. Запас влаги в нем, мм, рассчитывается по формуле:

$$W = 10h^{(a)}\bar{\gamma}\bar{\beta}, \quad (9.3.2)$$

где  $h^{(a)}$  – активный слой почвы, м;  $\bar{\gamma}$  – средняя для слоя плотность почвы, т/м<sup>3</sup>;  $\bar{\beta}$  – средняя влажность почвы, % к массе сухой почвы.

Основным технологическим критерием управления орошением является динамика содержания влаги в активном слое почвы. На величину  $h^{(a)}$  влияет ряд факторов. Самым важным является морфология и структура корневой системы, которые зависят от вида и фазы развития растений и изменяются под влиянием площади питания, плотности и пористости почвы, глубины увлажнения почвы осадками и поливами в начале периода вегетации, глубины залегания грунтовых вод и их минерализации, погодных условий.



В качестве расчетного активного слоя принимается не максимальная глубина проникновения корней, а глубина верхней наиболее активной части корневых систем растений. Ввиду невозможности точного определения ее прибегают к экспертным оценкам.

Изменение запаса влаги в активном слое в течение суток равно:

$$\Delta W_{\tau} = W_{\tau-1} + (P_{\tau} - \Delta P_{\tau}) + W_{\tau} + m_{\tau} - E_{\tau}, \quad (9.3.3)$$

где  $W_{\tau-1}$  – запас влаги на конец предыдущих и начало суток  $\tau$ , мм;  $W_{\tau}$  – то же на конец  $\tau$ -тых суток, мм;  $m_{\tau}$  – поливная норма нетто, которая вводится в расчет, если в день  $\tau$  был проведен полив, мм.

Нижней границей диапазона оптимального для растений увлажнения почвы в слое  $h^{(a)}$  являются критическая влажность  $\beta^{(кр)}$  и соответствующий ей критический запас влаги  $W^{(кр)}$ . При  $\beta_{\tau} \leq \beta^{(кр)}$  и  $W_{\tau} \leq W^{(кр)}$  растения замедляют рост и снижают продуктивность. Верхней границей этого диапазона являются некоторые максимальные влажность  $\beta_{max}$  и запас влаги  $W_{max}$ , при увлажнении почвы выше которых избыток влаги теряется на сток и фильтрацию и может вызывать эрозию почвы, вымывание элементов питания растений, пополнение грунтовых вод и другие отрицательные воздействия на плодородие земель. На практике в качестве  $W_{max}$  обычно принимают запасы влаги  $W^{(нв)}$ , отвечающие наименьшей влагоемкости  $\beta^{(нв)}$  (синоним – предельная полевая влагоемкость – ППВ). При соблюдении рассмотренных ограничений максимальная поливная норма  $m_{max}$ , мм, не должна превышать значений разности  $W_{max} - W_{min} = W^{(нв)} - W^{(кр)}$  или, с учетом их значений, согласно (6.2):

$$m_{max} = 10h^{(a)}\gamma(\beta^{(нв)} - \beta^{(кр)}). \quad (9.3.4)$$

Выбор целевой функции оптимального управления поливами зависит от уровня обеспеченности орошения необходимыми ресурсами – водой, производительностью техники полива, рабочей силой.

При достаточных ресурсах целевая функция состоит в поддержании запасов влаги активного слоя почвы в пределах границ оптимального диапазона:

$$W_{max} \geq W_{\tau} > W_{min} \text{ или } W^{(нв)} \geq W_{\tau} > W^{(кр)},$$

чем обеспечивается минимизация потерь воды и оптимальное водоснабжение растений.

При дефиците ресурсов оптимальное управление орошением должно обеспечивать реализацию таких норм и сроков полива на полях, при которых достигается наиболее выгодное распределение имеющихся ресурсов между конкурирующими полями в севообороте, ориентированное на получение максимального эффекта от вынужденно урезанного орошения. При этом запасы влаги на некоторых полях опускаются ниже  $W_{min} = W^{(кр)}$ , что ведет к потере всей или части прибавки урожая от орошения.

В методике [25] освещены способы получения исходных данных, позволяющих с помощью математических методов прогноза водно-солевого режима провести адаптацию математических моделей, подобрать расчетные

параметры и на их основе производить многовариантные решения прогнозных задач при разных режимах орошения и параметрах дренажа.

#### **9.4 Пути решения проблемы оптимального управления поливами**

В категориях и понятиях прикладной кибернетики орошение на полях рассматривается как целостный комплекс взаимосвязанных элементов, взаимодействующих с внешней средой и имеющий определенную структуру.

Природные процессы и внешние воздействия характеризуются стохастичностью и неопределённостью. Потому можно отметить, что оросительная система представляет собой динамическую систему со сложным характером отдельных элементов и является:

1. Вероятностной стохастической системой, поскольку ее состояние определяется динамикой влагозапасов и развитие растений на полях представляет собой вероятностный процесс.

2. Динамической системой, так как непрерывно переходит из одного состояния в другое.

3. Кибернетической, так как управление этим переходом осуществляется на основе использования информации.

Современные компьютерные средства обусловили широкое распространение информационно - советующих систем, использующих математические модели и геоинформационные технологии.

Основой для построения математических моделей являются фундаментальные исследования, наличие информационной базы данных и вычислительной техники.

#### **9.5 Системно-когнитивный анализ как метод решения проблемы**

Современная проблема охрана окружающей среды и рационального использования ресурсов заключается в комплексном учете всех возможных последствий хозяйственной деятельности человека с последующим управлением средой. Поэтому первоочередная задача науки заключается в разработке надежных методов прогноза развития процессов с последующим переходом к управлению их динамикой.

В настоящее время состояние почв Кубани характеризуется как критическое. Проблему необходимо решать с помощью проведения срочных системных упреждающих мероприятий, обоснованных на передовых технологиях, экономически обоснованных и увязанных с имеющимися ресурсами [19].

Для уяснения существующей ситуации, прежде всего, необходима универсальная информационная система, дающая полный набор данных о состоянии природной среды, оценок и прогнозов её состояния. Данные анализа информационных систем должны эффективно использоваться в

управлении состоянием природной среды. Рассмотрим такой подход к решению проблемы.

Мелиоративную систему будем рассматривать как рефлексивную систему управления. Новизна теории рефлексивных автоматизированных систем управления (РАСУ) по сравнению с классической теорией состоит в том, что в классической теории активной стороной является только система автоматического управления (САУ), а объект управления рассматривается как пассивный объект управляющих воздействий. В РАСУ объект управления также является активной стороной, он стремится к своим целям, которые в общем случае не совпадают с целями управления, активно отражает окружающую среду (мелиоративное состояние почв, дефицит пресной воды).

При интенсивной антропогенной нагрузке, когда система переходит критический порог, происходит неограниченный рост неупорядоченности и возрастания энтропии, которые приводят в некоторой точке (точке бифуркации) к потере устойчивости и возникновению новой устойчивой диссипативной структуры. Это свойство, характерное природным геосистемам в силу их способности к самоорганизации и самовосстановлению, обеспечивает их дальнейшее развитие.

Природным геосистемам свойственны нелинейность и обратные связи, и небольшое увеличение внешнего воздействия может привести к очень сильным эффектам, несоизмеримым по амплитуде с исходным воздействием, особенно вблизи точек бифуркации.

Количественная оценка устойчивости природных систем может быть получена при разработке энтропийных моделей, применение которых позволяет учесть интенсивность роста возмущений в системе и через параметры энтропии дать оценку и прогноз ответных реакций геосистем на антропогенные воздействия.

Системно – когнитивный (СК) анализ является теоретическим методом познания детерминистко – бифуркационной динамики систем. Детерминистские этапы – это этапы количественного, эволюционного изменения объекта управления, а бифуркационные – этапы его качественного революционного преобразования.

Термин "системный анализ" впервые появился в 1948 году в работах корпорации "Rand" в связи с задачами внешнего управления. Отечественными классиками в области системного анализа являются Ф.И. Перегудов и Ф.П. Тарасенко. Используют системный анализ для того, чтобы организовать процесс принятия решения в сложных проблемных ситуациях. При этом основным требованием системного анализа является полнота и всесторонность рассмотрения проблемы. Основной особенностью системного анализа является сочетание формальных методов и неформализованного (экспертного) знания. Основные методы, направленные на использование интуиции и опыта специалистов, а также методов формализованного представления систем рассмотрены в работе [36]: метод "мозговой атаки", метод экспертных оценок, метод "Делфи".

Системно-когнитивный анализ представляет собой метод познания, структурированный по базовым когнитивным (познавательным) операциям .

В работе [22] описана математическая модель, методика численных расчетов, включающая структуры данных и алгоритмы реализации, а также программный инструментарий СК-анализа

## 9.6 СИСТЕМНОЕ ОБОБЩЕНИЕ ФОРМУЛЫ ХАРТЛИ И ФОРМУЛЫ ХАРКЕВИЧА ДЛЯ КОЛИЧЕСТВА ИНФОРМАЦИИ

В качестве количественной меры взаимосвязи факторов и будущих состояний объекта управления целесообразно использовать количество информации. Различные классические выражения информации – Хартли, Шеннона и Харкевича – учитывают различные аспекты информационного моделирования объектов.

Рассмотрим системное обобщение формулы Хартли для количества информации. Классическая формула Хартли имеет вид

$$I = \text{Log}_2 W, \quad (9.6.5)$$

где  $W$ - количество чистых (классических) четко фиксированных состояний системы.

В работе [23] предлагается системное обобщение формулы (9.6.5) в виде

$$I = \text{Log}_2 W^\varphi, \quad (9.6.6)$$

где  $\varphi$  - коэффициент эмерджентности Хартли.

Рассмотрим интерпретацию коэффициента  $\varphi$ . Кроме чистых состояний системы возможны смешанные, являющиеся нелинейной суперпозицией или одновременной реализацией чистых состояний "из  $W$  по  $m$ ". Количество возможных состояний системы  $\sum_{m=1}^M C_w^m$ , где  $M$  – число подсистем различных уровней сложности.

С учетом системности количество информации будет

$$I = \text{Log}_2 (C_w^1 + C_w^2 + \dots + C_w^M). \quad (9.6.7)$$

Первое слагаемое в (3.3) дает количество информации по классической формуле Хартли. Следовательно, при  $M = 1$  выражение (9.6.7) приобретает вид (9.6.5), т. е. выполняется принцип соответствия, являющийся обязательным для более общей теории. Остальные слагаемые формулы (6.7) определяют дополнительное количество информации, получаемое за счет системного эффекта, т. е. за счет наличия у системы иерархической структуры или смешанных состояний.

Приравняв правые части выражений (9.6.6) и (9.6.7)

$$\text{Log}_2 W^\varphi = \text{Log}_2 \sum_{m=1}^M C_w^m,$$

получим выражение для коэффициента эмерджентности Хартли

$$\varphi = \frac{\text{Log}_2 \sum_{m=1}^M C_W^m}{\text{Log}_2 W}. \quad (9.6.8)$$

Из выражения (9.6.8) ясно, что коэффициент эмерджентности Хартли представляет собой относительное превышение количества информации о системе при учете системных эффектов (смешанных состояний, иерархической структуры ее подсистем и т. п.) над коэффициентом информации без учета системности, т. е. этот коэффициент отражает уровень системности объекта.

С учетом выражения (9.6.8) выражение (9.6.6) примет вид

$$I(W, M) = \text{Log}_2 W \frac{\text{Log}_2 \sum_{m=1}^M C_W^m}{\text{Log}_2 W} \quad (9.6.9)$$

При  $M=W$  и больших  $W$

$$I(W, M) = \text{Log}_2 W \frac{W}{\text{Log}_2 W} = W \quad (9.6.10)$$

Выражение (6.9) представляет системное обобщение классической формулы Хартли, а выражение (9.6.10) – его достаточно хорошее приближение при большом количестве элементов или состояний системы ( $W$ ). Коэффициент эмерджентности Хартли изменяется от 1 (системность отсутствует) до  $\frac{W}{\text{Log}_2 W}$  (системность максимальна). Для каждого коэффициента элементов системы существует свой максимальный уровень системности, которой никогда реально не достигается из-за действия правил запрета на реализацию в системе ряда подсистем различных уровней иерархии.

Непосредственно из (6.6) можно записать

$$I(W, M) = \text{Log}_2 W + \text{Log}_2 W^{\varphi-1} \quad (9.6.11)$$

Первое слагаемое в выражении (6.11) отражает количество информации согласно классической теории, а второе – согласно системной теории информации.

Численные расчеты и аналитические выкладки в соответствии с системной теорией информации показывают, что при возрастании количества элементов в системе доля системной информации в поведении ее элементов возрастает. Это свойство систем в работе [22] названо законом возрастания эмерджентности.

В качестве меры силы причинной обусловленности определенного состояния объекта действием некоторого фактора А.Харкевич предложил логарифм отношения вероятностей перехода объекта в это состояние в условиях действия фактора и при его отсутствии. Классическая формула Харкевича имеет вид:

$$I_{i,j} = \text{Log}_2 \frac{P_{i,j}}{P_j}, \quad (9.6.12)$$

где  $I_{i,j}$  – количество информации о наступлении  $j$ -го состояния объекта управления при действии  $i$ -го фактора;

$P_{i,j}$  - вероятность перехода объекта управления в  $j$ -е состояние в условиях действия  $i$ -го фактора;

$P_j$  - вероятность самопроизвольного перехода объекта управления в  $j$ -е состояние, т.е. в условиях отсутствия действия  $i$ -го фактора или в среднем.

Семантическая мера информации Харкевича является мерой наличия причинно-следственных связей между факторами и состояниями объекта управления.

Запишем выражение классической формулы Харкевича (9.6.12) через частоты фактов

$$P_{ij} = \frac{N_{ij}}{N_i}; P_i = \frac{N_i}{N}; P_j = \frac{N_j}{N};$$

*где* (9.6.13)

$$N_i = \sum_{j=1}^W N_{ij}; N_j = \sum_{i=1}^M N_{ij}; N = \sum_{i=1}^W \sum_{j=1}^M N_{ij}.$$

$$I_{ij} = \text{Log}_2 \frac{N_{ij}N}{N_iN_j}. \quad (9.6.14)$$

В формулах (9.6.13), (9.6.14) обозначено:

$W$  – количество классов (мощность множества состояний объекта управления);

$M$  – уровень сложности смешанных состояний объекта управления;

$N_{ij}$  - суммарное количество встреч  $i$  –го фактора у объектов, перешедших в  $j$  –е состояние;

$N_j$  - суммарное количество различных факторов у объектов, перешедших в  $j$  –е состояние;

$N_i$  - суммарное количество встреч  $i$  –го фактора у всех объектов;

$N$  - суммарное количество встреч различных факторов у всех объектов.

Введем коэффициент эмерджентности  $\Psi$  в модифицированную формулу Харкевича (3.10)

$$I_{i,j} = \text{Log}_2 \left( \frac{N_{ij}N}{N_iN_j} \right)^\Psi \quad (9.6.15)$$

Чтобы выяснить смысл коэффициента  $\Psi$ , запишем зависимость между коэффициентами  $\varphi$  и  $\psi$  [36]

$$\Psi = \frac{\text{Log}_2 W^\varphi}{\text{Log}_2 N} \quad (9.6.16)$$

или, учитывая выражение для коэффициента эмерджентности Хартли (6.8)

$$\Psi = \frac{Loq_2 W \frac{\sum_{m=1}^M C_W^m}{Loq_2 W}}{Loq_2 N} \quad (9.6.17)$$

Из выражения (9.6.17) видно, что при количестве состояний системы  $W$ , равном количеству фактов  $N$  о действии на эту систему различных факторов, коэффициент  $\Psi$  равен 1. В этом случае факторы однозначно определяют состояния объекта управления, т.е. являются детерминистскими. Если же количество фактов  $N$  о действии на эту систему различных факторов превосходит количество ее состояний  $W$ , что является гораздо более типичным случаем, то этот коэффициент меньше 1. Это означает, что в этом случае факторы, как правило, не однозначно (и не так жестоко как детерминистские) определяют поведение объекта управления, т.е. являются статистическими.

Таким образом, коэффициент эмерджентности Харкевича  $\Psi$  изменяется от 0 до 1 и определяет степень детерминированности системы:

- $\Psi = 1$  соответствует полностью детерминированной системе, поведение которой однозначно определяется действием минимального количества факторов, которых столько же, сколько состояний системы;
- $\Psi = 0$  соответствует полностью случайной системе, поведение которой никак не зависит действия факторов независимо от их количества;
- $0 < \Psi < 1$  соответствует большинству реальных систем, поведение которых зависит от многих факторов, число которых превосходит количество состояний системы, при чем ни одно из состояний не определяется однозначно никакими сочетаниями действующих факторов.

Из выражения (3.12) видно, что в частном случае, когда реализуются только чистые состояния объекта управления, т.е.  $M = 1$ , коэффициент эмерджентности А.Харкевича приобретает вид:

$$\Psi = \frac{Loq_2 W}{Loq_2 N}. \quad (9.6.18)$$

Подставив коэффициент эмерджентности А.Харкевича (9.6.16) в выражение (9.6.5), получим:

$$\begin{aligned} I_{ij} &= Loq_2 \left( \frac{N_{ij} N}{N_i N_j} \right)^\Psi = Loq_2 \left( \frac{N_{ij} N}{N_i N_j} \right)^{\frac{Loq_2 W^\varphi}{Loq_2 N}} = \frac{Loq_2 W^\varphi}{Loq_2 N} \left( Loq_2 \left( \frac{N_{ij}}{N_i N_j} \right) + Loq_2 N \right) = \\ &= Loq_2 \left( \frac{N_{ij}}{N_i N_j} \right)^{\frac{Loq_2 W^\varphi}{Loq_2 N}} + Loq_2 W^\varphi \end{aligned}$$

или окончательно:

$$I_{ij} = Loq_2 \left( \frac{N_{ij}}{N_i N_j} \right)^{\frac{Loq_2 W^\varphi}{Loq_2 N}} + Loq_2 W^\varphi \quad (9.6.19)$$

Системное обобщение формулы Харкевича (6.19) учитывает взаимосвязь между признаками (факторами) и состояниями объекта

управления, а также уровень системности и степень детерминированности системы.

## 9.7 ИНТЕРПРЕТАЦИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ЭМЕРДЖЕНТНОСТИ СИСТЕМНОЙ ТЕОРИИ ИНФОРМАЦИИ

Интерпретация коэффициентов эмерджентности, предложенных в рамках системной теории информации, приведена на рисунке 10.

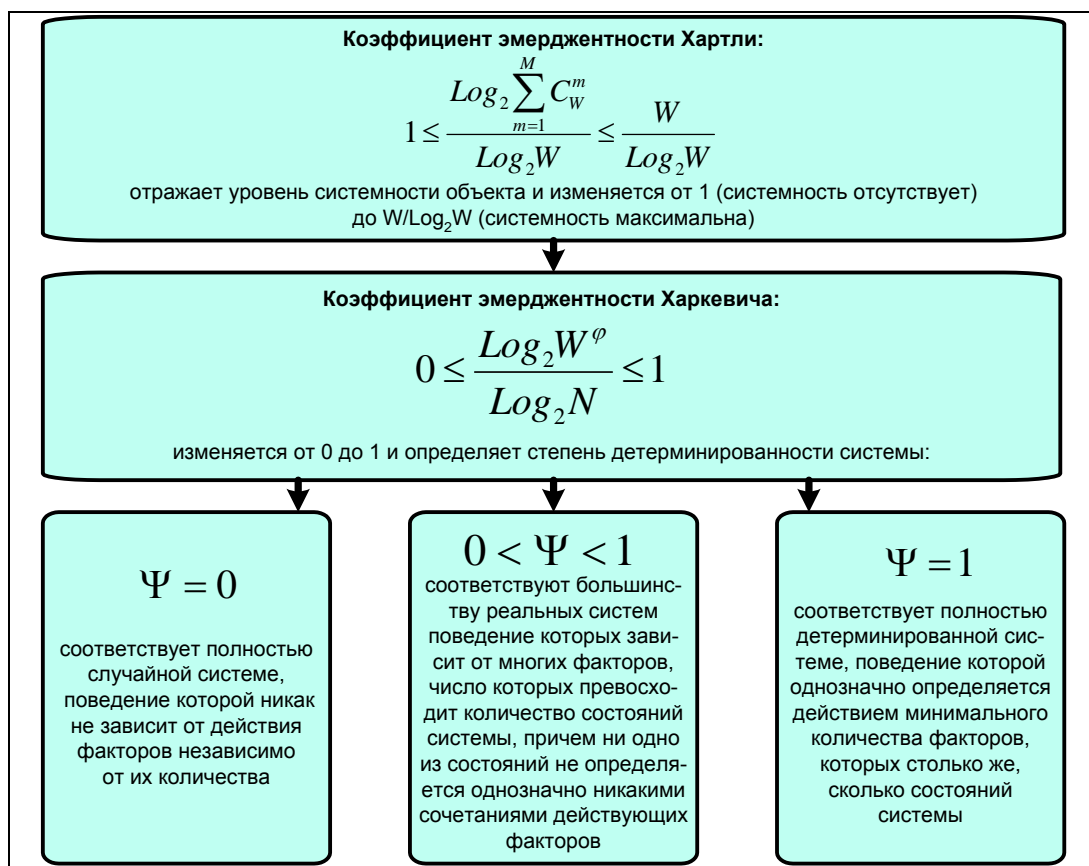


Рис.10. Интерпретация коэффициентов эмерджентности системной теории информации

Коэффициент эмерджентности Хартли  $\varphi$  представляет собой относительное превышение количества информации о системе при учете системных эффектов (смешанных состояний, иерархической структуры ее подсистем и т.п.) над количеством информации без учета системности, т.е. этот коэффициент является аналитическим выражением для уровня системности объекта.

Коэффициент эмерджентности Харкевича  $\Psi$  изменяется от 0 до 1 и определяет степень детерминированности системы.



Таким образом, в системном обобщении формулы Харкевича (6.19) впервые непосредственно в аналитическом выражении для понятия "Информация" отражены такие фундаментальные свойства систем, как "Уровень системности" и "Степень детерминированности" системы.

Из мелиоративной практики можно привести множество примеров проявления системности эффектов.

1. Если рассматривать оросительную систему как объект управления, то можно отметить, что интенсивность процесса накопления питательных элементов в почве полей зависит от мелиоративного состояния полей (в частности, от их дренированности и положения УГВ в вегетационный период и осенне-зимний) и от климатических факторов [2].

Все процессы, протекающие в мелиоративной системе, можно разделить на три категории:

- неуправляемые (синоптические);
- управляемые непосредственно (расходы и уровни воды в каналах, внесение химмелиорантов и удобрений);
- управляемые косвенно посредством изменения процессов второй категории (водный, тепловой, солевой режимы почвы, накопление биомассы).

Когда на слабодренированном участке уровень грунтовых вод в вегетационный период залегает на глубине 0, 4...0, 8 м, а в осенне-зимний – 0, 7...1, 2 м, почва постоянно насыщена влагой, нарушен её воздушный режим, низок окислительный потенциал. В этих условиях развитие корневой системы растений и клубеньковых бактерий на ней замедляется, интенсивность окисления ризосферы почвы и накопления питательных элементов в ней снижается.

2. Повышенная концентрация солей в почвенном растворе токсически действует на растения. Особенно вредны соли, содержащие карбонат и хлорид натрия. Они создают высокое осмотическое давление почвенного раствора, и вода из почвы не поступает в корневую систему растений. Чем больше содержится солей в почвенном растворе, тем выше осмотическое давление.

3. Опыт рассоления засоленных земель в условиях, когда обеспечен свободный отток фильтрационных вод с полей, показывает, что не всегда увеличение фильтрации приводит к повышению солеотдачи. Например, на слабозасоленных почвах легкого механического состава, там, где перераспределение солей по почвенному профилю превышает их вынос, фильтрация воды вызывает перерасход поливной воды, заболачивание и засоление участков, расположенных в понижениях [37].

Описанные процессы являются примерами системного проявления эффектов.

## 9.8. НЕМЕТРИЧЕСКИЙ ИНТЕГРАЛЬНЫЙ КРИТЕРИЙ ПЕРЕХОДА ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ В ОПРЕДЕЛЕННОЕ СОСТОЯНИЕ

Рассмотрим постановку задачи прогнозирования поведения оросительной системы при конкретном управляющем воздействии. Модель СК – анализа позволяет прогнозировать поведение объекта управления при воздействии на него не только одного, но и целой системы факторов.

Пусть  $\bar{J}_{ij}\{J_{ij}\}$  - вектор  $j$ -го состояния объекта управления, координаты которого в информационном семантическом пространстве рассчитываются по формуле (6.19),  $\bar{L}_i\{L_i\}$  - вектор состояния предметной области, включающий все виды факторов, влияющих на объект управления, возможные управляющие воздействия и окружающую среду (массив – локатор). Будем принимать значения координат вектора состояния либо 1 (фактор действует), либо 0 (фактор не действует).

Интегральный критерий перехода объекта управления в определенное состояние представляет собой суммарное количество информации, содержащееся в факторах о переходе активного объекта управления в определенное состояние.

В теории принятия решения интегральным критерием называют скалярную функцию  $J_j$  векторного аргумента.

$$J_j = f(\bar{J}_{ij})$$

Если факторов несколько, то степень истинности наступления  $j$ -го состояния ОУ равна суммарному количеству информации, содержащемуся в них об этом. Определим ее скалярным произведением

$$J_j = \bar{J}_{ij} \bar{L}_i = \sum_{i=1}^M J_{ij} L_i \quad (9.8.1)$$

В модели используется не выражение (9.8.1), а его вариант со стандартизированными значениями. Результат прогнозирования поведения объекта управления, описанного данной системой факторов, представляет собой список его возможных состояний, в котором они расположены в порядке убывания суммарного количества информации о переходе объекта управления в каждое из них. Прогнозирование состояния рисовой оросительной системы осуществляется следующим образом:

1. Для каждого возможного состояния объекта управления подсчитывается суммарное количество информации, содержащееся по всей системе факторов, о наступлении этого состояния.

2. Все состояния ОУ ранжируются в порядке убывания количества информации об их осуществлении. Этот ранжированный список состояний представляет собой первичный результат прогнозирования. Для определенного целевого состояния выбор управляющих воздействий производится из списка, в котором все возможные управляющие воздействия расположены в порядке убывания их влияния на перевод ОУ в данное

целевое состояние. Такой список называется информационным портретом ОУ.

Итак, результат прогнозирования поведения ОУ, описанного данной системой факторов, представляет собой список состояний, в котором они расположены в порядке убывания суммарного количества информации о переходе ОУ в каждое из них.

Естественно считать ии ОУ, но так как в рассматриваемой модели количество информации может быть и отрицательным (если фактор уменьшает вероятность перехода ОУ в некоторое состояние), то за адекватную оценку значимости фактора в классической теории информации принимают исправленное (несмещенное) среднее квадратичное отклонение информативностей по профилю признака

$$S_i = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^W (J_{ij} - \bar{J}_i)^2}{W-1}}, \quad (9.8.2)$$

где  $\bar{J}_i = \frac{1}{W} \sum_{j=1}^W J_{ij}$  - средняя информативность.

Следует отметить, что различные состояния ОУ обладают различной степенью обусловленности, т.е. в различной степени детерминированы факторами: некоторые слабо зависят от учтенных факторов, другие определяются ими практически однозначно. В СК -анализе реализовано несколько итерационных алгоритмов корректного удаления малозначимых факторов и слабодетерминированных состояний ОУ.

В математической статистике критерий  $\chi^2$  представляет собой сумму вероятностей совместного наблюдения признаков и объектов по всей корреляционной матрице. Луценко Е.В. [22] использует в качестве количественной меры степени выраженности закономерностей в предметной области не матрицу абсолютных частот и меру  $\chi^2$ , а новую меру, основанную на матрице информативностей и системном обобщении формулы Харкевича для количества информации:

$$H = \sqrt{\frac{1}{MW-1} \sum_{j=1}^W \sum_{i=1}^M (J_{ij} - \bar{J})^2}, \quad (9.8.3)$$

где  $\bar{J} = \frac{1}{MW} \sum_{j=1}^W \sum_{i=1}^M J_{ij}$  - средняя информативность признаков по матрице

информативностей.

Напомним, что

W – число состояний объекта (число классов);

M – число подсистем различных уровней.

Значение данной меры показывает среднее отличие количества информации в факторах о состояниях активного объекта управления от среднего количества информации в факторе.

Далее проводится:

1) Оценка адекватности семантической информационной модели.

Под адекватностью модели СК - анализа понимается ее соответствие действительности, т.е. внутренняя и внешняя дифференциальная и интегральная валидность.

2). Когнитивная структуризация и формализация предметной области.

3). Синтез и исследование семантической информационной модели.

На этапе оптимизации семантической информационной модели осуществляется:

- Ранжирование всех факторов по средней силе их влияния на переход оросительной системы в те или иные состояния.
- Исключение из модели оросительной системы тех факторов, которые несущественно влияют на её поведение (Парето-оптимизация).

Далее генерируется и печатается отчет о степени влияния градаций факторов на поведение оросительной системы. Результаты исследования выдаются в виде информационных портретов классов и факторов.

Информационный портрет класса (список факторов, ранжированных в порядке убывания силы их влияния на переход объекта управления в состояние, соответствующее данному классу) показывает информационный вклад каждого фактора в общий объём информации о наступлении этого состояния. Информационные портреты могут быть использованы для поддержки принятия решений по выбору управляющих факторов.

4). Кластерно-конструктивный анализ, строятся семантические сети классов и факторов.

Кластеры представляют собой такие группы классов распознавания (или признаков), внутри которых эти классы наиболее схожи друг с другом.

Кластерно - конструктивный анализ позволяет:

– выявить классы, наиболее сходные по системе их детерминации и объединить их в кластеры;

– выявить кластеры классов, наиболее сильно отличающиеся по системе их детерминации и построить из них полюса конструктов классов;

– выявить факторы, наиболее сходные по детерминируемым ими классам и объединить их в кластеры;

– выявить кластеры факторов, наиболее сильно отличающиеся по детерминируемым ими классам и построить из них полюса конструктов факторов.

Факторы, включенные в один кластер, оказывают сходное влияние на поведение объекта управления и могут, при необходимости, быть использованы для замены друг друга.

Факторы, образующие полюса конструкта, оказывают противоположное влияние на поведение объекта управления.

Результаты кластерно - конструктивного анализа классов и факторов выводятся в форме текстовых форм и в графической форме семантических сетей.

#### 5). Классические когнитивные карты.

Классическая когнитивная карта представляет собой нейрон, соответствующий некоторому состоянию объекта управления с рецепторами, каждый из которых соответствует фактору, в определенной степени способствующему или препятствующему переходу объекта в это состояние. Рецепторы соединены связями как с нейроном, так и друг с другом. Связи рецепторов с нейроном отражают силу и направление влияния факторов, а связи рецепторов друг с другом, отображаемые в форме семантической сети факторов, – сходство и различие между рецепторами по характеру их влияния на объект управления. Таким образом, классическая когнитивная карта представляет собой нейрон с семантической сетью факторов, изображенных на одной диаграмме.

б). Интегральные когнитивные карты, которые отражают состояние оросительной системы под действием определенной системы факторов. Следовательно, по интегрально–когнитивным картам можно проследить изменение свойств и режимов почв в пределах оросительной системы и научно обосновать управление водным режимом для роста урожайности и поддержки оптимальных экологических условий, а также проследить изменение свойств и режимов почв в пределах оросительной системы и научно обосновать управление водным режимом для роста урожайности и поддержки оптимальных экологических условий.

Для совершенствования разработки обоснованных мероприятий по мелиорации необходимы систематические стационарные наблюдения за факторами, определяющими состояние оросительной системы.

## 9.9 Использование методов риск-анализа

Практика орошения приводит к повсеместно наблюдаемому нарушению экологически сбалансированного функционирования системы вода – почва – растение в результате необоснованно высоких агро- и гидромелиоративных нагрузок без учета почвенно-экологических ограничений. Эффективность функционирования может быть в значительной степени повышена за счет разработки научно-обоснованных методов планирования и управления природопользованием. При этом центральной проблемой должно стать согласование комплекса мероприятий, связанных с рациональным природопользованием и условиями охраны окружающей среды.

Использование методов математического моделирования и методов риск-анализа повышает степень обоснованности принимаемых хозяйственных решений.

Рекомендации «Экологические требования к орошению почв России» (М, 1996г.) созданы на научной базе исследований Почвенного института им. В.В.Докучаева, МГМИ и МГУ. В них изложен комплекс экологических требований, направленный на сохранение свойств почв, а также на

оптимизацию водно-солевого и нитратного режима. Рекомендации включают: 1) экологические ограничения на антропогенные воздействия, связанные с возможным развитием деградации почв; 2) критерии и параметры нормального и неблагоприятного состояния почв, которые могут быть использованы для оценки экологической допустимости воздействия на орошаемые почвы.

Поступившие в окружающую среду вредные вещества или вступают в химические реакции (при этом могут образовываться как безвредные, так и опасные соединения), или мигрируют в водных потоках, в почве, в атмосфере, аккумулируются в почве, в корнях, плодах, в донных отложениях и т.д.

Для оценки степени опасности важны не только частота (или вероятность) ее появления, но и тяжесть последствий для окружающей среды. Чтобы сделать эту оценку количественной, вводят понятие риска  $R=PY$ , определяемого произведением вероятности  $P$  неблагоприятного события и ожидаемого ущерба  $Y$  в результате этого события или

$$R = \sum_i P_i Y_i,$$

если могут иметь место несколько ( $i$ ) неблагоприятных событий с различными вероятностями  $P_i$  и соответствующими им ущербами  $Y_i$ . Можно записать выражение для риска в виде интеграла:

$$R = \int F(Y)p(Y)dY,$$

где  $F(Y)$  – весовая функция потерь, с помощью которой последствия различной природы приводятся к единой (например, стоимостной) оценке ущерба;

$p(Y)$  – плотность распределения случайной величины  $Y$  (в общем случае векторной).

В такой формулировке риск – мера опасности – фактически определяется как математическое ожидание ущерба или потерь.

Для оценки негативных экологических воздействий самых разнородных факторов применяют подход, основанный на оценке риска неблагоприятных последствий. Спецификой экологического риска является, как правило, неравномерное его распределение по территории, подвергшейся воздействию вредного фактора.

Загрязнение приземного слоя атмосферы может сильно меняться во времени в зависимости от направления и силы ветра, а также других метеорологических параметров. Поэтому следует рассматривать две крайние ситуации: кратковременное воздействие сильнодействующего фактора и длительное воздействие малоинтенсивного фактора.

В случае малоинтенсивного фактора, действующего в течение продолжительного срока, погодное состояние в рассматриваемой точке меняется многократно. Тогда концентрацию вредного вещества в атмосфере усредняют за определенный период времени. Усреднение осуществляется путем расчета распределения токсиканта в атмосфере для каждого

возможного погодного состояния и последующего суммирования всех полей распределения концентрации с учетом повторяемости погодных состояний.

Оценка вероятности реализации погодного состояния  $P(\Pi)$  определяется отношением:

$$P(\Pi) = N_{\Pi}/T,$$

где  $N_{\Pi}$  – число дней, отвечающих определенному погодному состоянию;

$T$  – период наблюдений.

## **9.10 Параметрическая модель адаптивной АСУ оросительной системы**

Накопленный к настоящему времени богатый объем научной информации, возросшие возможности ее переработки, включающие большой набор математических моделей и современную вычислительную технику, позволяют реализовывать на практике идею мелиоративных режимов.

Все мелиорации производятся в расчёте на их эффективное влияние в течение длительного времени. Поэтому за мелиоративными системами необходим регулярный контроль: наблюдение, сбор и анализ достоверной информации, своевременный ремонт и обновление оросительной системы, регулярное управление продуктивным функционированием систем.

Израэль Ю.А. (1984) контроль состояния среды трактует как понятие более широкое, чем мониторинг, и включает в контроль еще и управление (регулирование) качеством среды с учетом экономических и экологических условий. Формирование водного баланса рисовой оросительной системы – сложный многофакторный процесс, определяемый направленностью мелиоративного воздействия и разнообразным сочетанием почвенно – гидрогеологических, гидрофизических, биологических, метеорологических условий и процессов. Одна из главных его особенностей состоит в неоднозначной зависимости изменения входных условий (поливных норм, севооборотов) и выходных (коллекторно-дренажного стока, уровня грунтовых вод).

В этой ситуации традиционные методы анализа приходно-расходных компонентов водного баланса не всегда позволяют однозначно идентифицировать их взаимосвязь, то есть возникает необходимость привлечения для этих целей строго формализованных методов системного анализа.

Входные параметры (факторы АСУ) делятся на три группы: характеризующие предысторию и текущее состояние объекта управления, управляющие (технологические) факторы и факторы окружающей среды. Выходные параметры – это свойства объекта управления, зависящие от входных параметров (в том числе параметров, характеризующих среду).

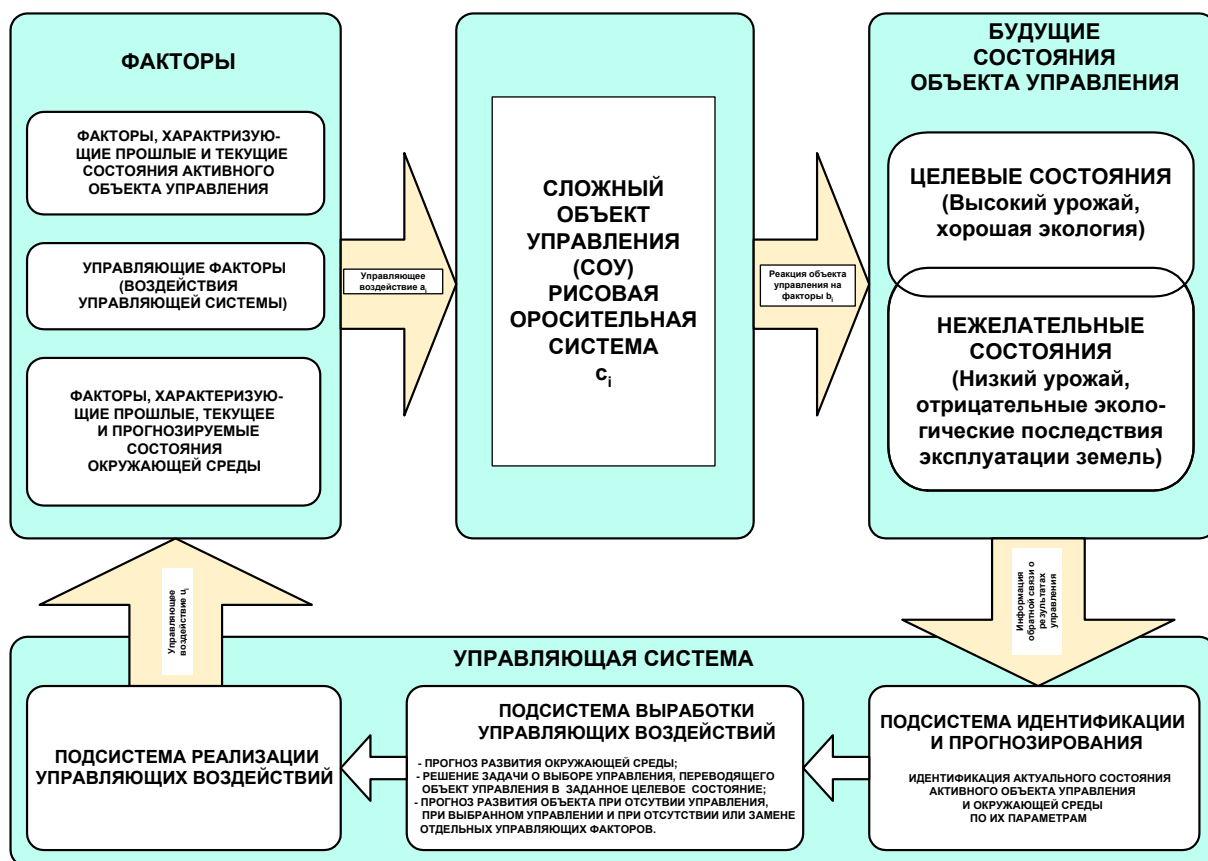


Рис.11. Параметрическая модель адаптивной АСУ оросительной системы

В случае сложного объекта управления (СОУ), каким является рисовая оросительная система, выходные параметры связаны с состоянием сложным и неоднозначным (нечётким) способом. Потому будем рассматривать "управление по состоянию", согласно рисунку 43.

На рисунке 43 приведена схема взаимодействия объекта управления и системы управления. Используются обозначения:

$a_i$  – вход системы (технология выращивания риса и культур севооборотов);

$b_i$  – выход системы (урожай, экологические последствия эксплуатации земель);

$c_i$  – параметры, характеризующие рисовую оросительную систему (тип почвы, содержание гумуса, N, P, K, водно-физические характеристики почв, количество органических остатков). В зависимости от целей моделирования набор параметров может изменяться. Например, содержание гумуса может быть принято, в основном, постоянным для моделей, исследуемых при решении задач оперативного управления, в задачах оценки последствий применения различных систем земледелия гумус следует рассматривать величиной переменной.

Динамика показателей состояния рисовой оросительной системы в ходе естественных процессов и антропогенных воздействий на почвы в течение сезонов года определяет изменчивость показателей во времени. Показатели стохастичны - значения определяются суммарным вкладом



многих факторов, разнообразными комбинациями элементарных почвенных процессов.

Только на основе автоматизированной информационной системы возможна организация наблюдений за изменением почвенных свойств в связи с эволюцией почв и антропогенным воздействием.

Система управления на основе информации о значениях  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$ , а также на основе знания режимов функционирования осуществляет управление РОС. Информационные портреты классов и факторов определяют, на какой элемент объекта нужно подавать управляющие воздействия, то есть определяют последовательность подачи управляющих воздействий.

В КубГАУ разработана модель рисовой оросительной системы с использованием системно-когнитивного анализа [52] на основе ретроспективных данных, накопленных в результате мониторинга в условиях реальной эксплуатации оросительной системы в течение определенного достаточно длительного периода системы. Модель обеспечивает выдачу пользователю информации о состоянии объекта управления, а также об условиях его функционирования, информационные модели непрерывно обновляются, а выходная информация содержит прогноз состояния РОС при различных сценариях воздействия природных и антропогенных факторов.

Модель позволяет существенно улучшить качество ведения кадастра мелиоративного состояния РОС и дает возможность создать автоматизированную систему управления ее водным режимом, позволяет решать вопросы экономии поливной воды, повышения продуктивности и охраны земель.

Приводим управляющий алгоритм мелиоративным состоянием рисовой оросительной системы:

I. Формализация предметной области: разработка описательных и классификационных шкал и градаций, необходимых для формализованного описания рисовой оросительной системы. Описательные шкалы описывают факторы различной природы, влияющие на поведение АОУ, то есть РОС, а классификационные – все его состояния.

Отметим некоторые факторы, влияющие на поведение РОС: природные - среднемесячные температуры, осадки; антропогенные – площади орошения, тыс. га (рисовые севообороты, овощные и кормовые севообороты), коэффициент земельного использования, водопотребление, млн. м<sup>3</sup>/год (в том числе на сбросной воде), средняя оросительная норма, м<sup>3</sup>/га (рисовые севообороты, овощные и кормовые севообороты), коэффициент полезного действия системы, типы рисовых культур использовать разработанные во ВНИИРиса критерии оценки мелиоративного состояния почв. [39]

II. Формирование обучающей выборки: на вход системы вводим информацию о состоянии среды и объекта управления, а также вариантах управляющих воздействий. В результате формируется обучающая выборка. Управляющие воздействия можем сформулировать по разработанным

агромелиоративным требованиям к технически совершенной рисовой системе [3].

- После наклёвывания семян риса и прекращения увлажнительных поливов дренаж рисовой системы должен понизить уровень грунтовых вод на глубину 40-50 см за 5-6 суток. В этом случае создаётся наиболее благоприятное сочетание в почве влаги, воздуха и тепла для получения дружных всходов заданной густоты. Кроме того, при наличии такого дренажа полевые предпосевные и уборочные работы практически не прерываются совсем после выпадения обильных осадков.

- В период постоянного затопления посевов дренаж должен обеспечить условия для предупреждения вклинивания грунтовых вод в полосах вдоль оросительных каналов и низких чеков при их террасном расположении, а так же для осуществления 2-3 раза за сезон на всей площади карты промывного режима орошения со средней скоростью фильтрации с поверхности чека 1-2 см в сутки с целью удаления продуктов болотного (анаэробного) разложения и солей и для обогащения почвы кислородом, растворённом в поливной воде. Изложенные требования могут быть осуществлены на рисовых картах с внутричековым закрытым горизонтальным дренажем.

- Оросительная сеть рисовой системы должна обеспечить затопление рисового чека не более, чем за 20-24 часа, каждой отдельной карты – за 3 суток, а всей системы в целом за 14-18 суток. В этом случае создаются благоприятные условия для исключения сезонного (ирригационного) засоления и заболачивания почв и существенной экономии воды.

- Через 40-60 суток после окончания оросительного сезона и до начала следующего для создания благоприятного окислительно-восстановительного режима и восстановления плодородия длительно затопленной почвы дренаж должен поддерживать грунтовые воды на глубине не менее 1, 5 м .

Ш. Обучающая выборка обрабатывается обучающим алгоритмом, на основе чего им формируются решающие правила (обобщенные образы состояний АОУ, отражающие весь спектр будущих возможных состояний объекта управления), а также определяется ценность факторов для решения задач подсистем идентификации, мониторинга, прогнозирования и выработки управляющих воздействий. Для организации подсистемы выработки управляющих воздействий используем разработанные ВНИИ риса критерии оценки мелиоративного состояния почв РОС .

IV. Факторы, не имеющие особой прогностической ценности, корректным способом удаляются из системы. Данный процесс осуществляется с помощью итерационных алгоритмов.

V. Верификация выполняется после каждой адаптации или пересинтеза модели. Для этого обучающая выборка копируется в распознаваемую и осуществляется ее автоматическая классификация (в режиме распознавания). Затем рассчитывается так называемая внутренняя дифференциальная и интегральная валидность, являющиеся детализированной и обобщающей характеристиками качества решающих правил.

VI. Принятие решения об эксплуатации модели или ее пересинтезе. Если результаты верификации модели удовлетворяют разработчиков АСУ РОС, то она переводится из пилотного режима, при котором управляющие решения генерировались, но не исполнялись, в режим экспериментальной эксплуатации, а затем и опытно–производственной эксплуатации, когда они реально начинают использоваться для управления. Если же модель признана недостаточно адекватной, необходимо осуществить ее повторный синтез, начиная с пункта I. При этом используются следующие приемы: расширение набора факторов, т.к. значимые факторы могли не войти в модель; увеличение объема обучающей выборки, т.к. существенные примеры могли не войти в обучающую выборку; исключение артефактов, т.к. в модель могли вкрасться существенно искажающие ее, не подтверждающиеся данные; пересмотр экспертных оценок.

VII. Идентификация и прогнозирование состояния АОУ.

VIII. Оценка качества идентификации состояния АОУ. Если качество идентификации высокое, то состояние АОУ рассматривается как типовое, а значит, причинно-следственные взаимосвязи между факторами и будущими состояниями данного объекта управления считаются адекватно отраженными в модели и известными (т.е. если качество идентификации высокое, то считается, что объект относится к генеральной совокупности, по отношению к которой обучающая выборка репрезентативна). Поэтому в этом случае осуществляется переход на пункт IX (выработка управляющего воздействия и последующий анализ). Иначе – считается, что на вход системы идентификации попал объект, не относящийся к генеральной совокупности, адекватно представленной обучающей выборкой. Поэтому в этом случае информация о нем поступает на пункт XIII, начиная с которого запускается процедура пересинтеза модели, что приводит к расширению генеральной совокупности, представленной обучающей выборкой.

IX. Выработка решения об управляющем воздействии производится путем решения обратной задачи прогнозирования. Распознавание образов - это идентификация состояния рассматриваемого объекта. Применение систем распознавания для прогнозирования результатов управления при различных сочетаниях управляющих воздействий позволяет рассматривать и сравнивать различные варианты управления и выбирать наилучшие из них по определенным критериям.

### **9.11 Оценка трудности достижения требуемого качества**

При планировании комплекса технологических операций будем учитывать оценку трудности достижения требуемого качества  $d_j$ , характеризующую степень выполнения требований, предъявляемых к качеству ресурса, разработанную Рексом Л.М., Ростопшиным Ю.А., Русиновым П.С, Русманом И.Б., Умывакиным В.М. Оценка может трактоваться как обобщенная мера

степени риска недостижения требуемого качества на основе сопоставления значения показателя качества и нормативного ограничения.

Рассмотрим построение частной оценки  $d_{ij}$  трудности достижения на  $i$ -м чеке рисовой системы требуемого качества  $j$ -ой компоненты комплексного ресурса с учетом требований, предъявляемых к этой компоненте [49].

Обозначим через  $\mu_j$  и  $\varepsilon_j$  соответственно безразмерную характеристику достигнутого качества и требование к качеству  $j$ -ой компоненты комплексного ресурса. Следует подчеркнуть, что нормативные требования носят региональный характер.

Считаем, что  $\mu_j > 0$  и  $\varepsilon_j < 1$ ,  $j=1,2,\dots,m$ . Требование к качеству по  $j$ -й компоненте выполнено, если  $\mu_j \geq \varepsilon_j$ . Причем  $\mu_j = 1$  соответствует идеальное качество, а  $\mu_j = 0$  – предельно низкое качество по  $j$ -й компоненте. Величина  $\mu_j$  называется абсолютной оценкой качества  $j$ -ой компоненты ресурса.

Частная оценка  $d_j$ , как функция величин  $\mu_j$  и  $\varepsilon_j$ , должна удовлетворять следующим условиям:

1.  $0 < d_j < 1$  при  $\mu_j > \varepsilon_j$ ;
2.  $d_j = 0$  при  $\varepsilon_j = 0$  и  $\mu_j > 0$  (трудность минимальна, если нет никаких требований к качеству);
3.  $d_j = 0$  при  $\mu_j = 1$  и  $\mu_j > \varepsilon_j$  (трудность минимальна при предельно возможном качестве независимо от требований);
4.  $d_j = 1$  при  $\mu_j = \varepsilon_j$  (трудность максимальна при предельно низком допустимом качестве).

При  $\mu_j > \varepsilon_j$  этим условиям удовлетворяет единственная функция вида:

$$d_j = \frac{\varepsilon_j(1 - \mu_j)}{\mu_j(1 - \varepsilon_j)}; \quad (7.4)$$

Доопределяем функцию (1.1) следующим образом [49]:

$d_j = 1$  при  $\mu_j = \varepsilon_j = 1$ ;

$d_j = 0$  при  $\mu_j = \varepsilon_j = 0$ .

Итак, оценка  $d_j$  характеризует степень выполнения требований, предъявляемых к качеству ресурса и может трактоваться как обобщенная мера степени риска недостижения требуемого качества на основе сопоставления значения показателя качества и нормативного ограничения.

Автоматизированная система управления, построенная на традиционных принципах, может работать только на основе параметров, закономерности связей которых уже известны, изучены и отражены в математической модели. В итоге АСУ, основанные на традиционном подходе, практически не эффективны с активными многопараметрическими слабодетерминированными объектами управления, как рисовая оросительная система. Поэтому для обеспечения устойчивого управления рисовой оросительной системой следует применять системно – когнитивный анализ

как технологию синтеза и эксплуатации рефлексивных АСУ активными объектами.

X. Типологический анализ классов и факторов - кластерно-конструктивный и когнитивный анализ, семантические сети, когнитивные диаграммы состояний АОУ и факторов. Определяется набор управляющих воздействий, чтобы при невозможности применения некоторого управляющего фактора можно было заменить его другим фактором.

XI. Многофакторное планирование и принятие решения о применении системы управляющих факторов включает.

- Оценка адекватности принятого решения об управляющих воздействиях: если АОУ перешел в заданное целевое состояние, то осуществляется переход на вход адаптации содержательной информационной модели (Пункт II): в подсистеме идентификации предусмотрен режим дополнения распознаваемой выборки к обучающей, чтобы в последующем, когда станут известны результаты управления, этой верифицированной (т.е. достоверной) оценочной информацией дополнить обучающую выборку и переформировать решающие правила (обучающая обратная связь). Если АОУ не перешел в заданное целевое состояние, переход на вход повторного синтеза модели (Пункт I). При этом могут быть изменены и описательные, и классификационные (оценочные) шкалы, что позволяет качественно расширить сферу адекватного функционирования РАСУ АО.

- Неформализованный поиск нетипового решения об управляющем воздействии и подготовка данных для повторного синтеза модели, как в случае, если решения оказалось удачным, так и в противном случае.

XII. Оказание управляющего воздействия на рисовую оросительную систему.

XIII. Подготовка данных для повторного синтеза модели, как в случае, если решение оказалось удачным, так и в противном случае. Запоминание новых факторов, новых классов, соответствующих новым целевым и нежелательным состояниям.

Управляющие воздействия могут задаваться экспертами. В работах ВНИИ риса [3] отмечается, что переустройство РОС должно заключаться в повышении пропускной способности РОС и укреплении русла каналов бетонной "одеждой", в замене сооружений на более прочные автоматизированные, с большей пропускной способностью для осуществления оперативного регулирования режима поверхностных вод.

Дренажная сеть должна активно регулировать режим грунтовых вод.

– После выпадения обильных осадков в весенний предполивной период отвести поверхностную воду за одни сутки.

– После наклёвывания семян риса понизить УГВ на глубину 40-50 см за 5-6 суток.

– Через 40-60 суток после окончания оросительного сезона и до начала следующего поддерживать грунтовые воды на высоте 1, 5-1, 8 м.

Интенсивность и последовательность подачи воды на поля, карты, чеки должна обеспечивать соблюдение главного принципа эколого-мелиоративного затопления – смыкание поверхностных и грунтовых вод

происходит на глубине ниже высоты максимальной капиллярной каймы для заданного типа почв.

$$q \geq WT(B + I), \quad (2)$$

где  $B$  – впитывание с поверхности,  $q$  – расход воды на затопливаемую площадь,  $I$  – испарение,  $W$  – площадь затопления,  $T$  – время.

При составлении плана-графика затопления необходимо учитывать пропускную способность каналов и сооружений, количество тактов водооборота, план размещения культур рисового севооборота.

Отличие предлагаемого управляющего подхода от методов обобщения экспертных оценок состоит в том, что в предлагаемом подходе от экспертов требуются лишь сами решения, а весовые коэффициенты автоматически подбираются в соответствии с моделью таким образом, что в сходных случаях будут подбираться решения, аналогичные предлагаемым экспертами. В традиционных подходах от экспертов требуют либо самих весовых коэффициентов, либо правил принятия решения.

Интенсификация рисоводства способствует не только увеличению продуктивности агросистем, но и повышает степень экологического риска. В зоне влияния РОС часто отмечается подтопление и заболачивание территорий, вторичное засоление, а также загрязнение дренажно-сбросными стоками водных источников. Потому актуальной научной задачей является анализ и оценка создавшейся экологической ситуации на действующих РОС и разработка методики количественных показателей экологического состояния РОС.

К ведущим показателям гидрогеологического мелиоративного состояния земель относится глубина грунтовых вод и их минерализация.

В условиях рисовой оросительной системы кризисным состоянием следует считать подъем уровня грунтовых вод до глубин, близких к критическим, когда может начаться засоление почв, и катастрофическим, когда засоление уже наступило.

Важно подчеркнуть, что глубина залегания грунтовых вод является региональным и динамичным показателем, как во времени, так и по площади. Уровень грунтовых вод – управляемый показатель, причем управление им может осуществляться как с помощью оперативных мероприятий, проводимых без нарушения процесса выращивания риса (оптимизация поливных режимов, текущий ремонт оросительной и коллекторно-дренажной сети), так и с помощью долгосрочных мероприятий, например, прокладка горизонтального дренажа, что потребует проектирования, строительства и вывода из эксплуатации рисовой оросительной системы.

Ответственность принятия решений по мелиоративному улучшению орошаемых территорий предъявляет повышенные требования к качеству ведения кадастра мелиоративного состояния земель, когда вероятность риска должна быть сведена к минимуму.

Пренебрежение неопределенностями при управлении может привести к крупным просчетам или непоправимым ущербам за счет увеличения частоты появления, либо неожиданного возникновения кризисных ситуаций.

При оценке качества развития регионального природопользования большое значение имеют вопросы управления риском, когда приходится принимать решение в условиях высокой степени неопределенности и множества ограничений. Снижение уровня неопределенности, улучшение информационного обеспечения принимаемых решений может быть достигнуто за счет повышения надежности и полноты данных мониторинга, за счет развития системы стандартов качества природной среды, оценки рисков и возможностей их снижения. Оценку риска следует проводить по каждому фактору риска, оказывающему неблагоприятное воздействие на экосистему (например, степень вторичного засоления, увеличение плотности почвы или явление переувлажнения земель.)

Так как последовательная процедура оценки риска включает опознание (идентификацию) опасности, то для оценки критического состояния следует использовать соответствующий информационный портрет класса распознавания, где по заданному состоянию определяется система факторов, детерминирующих это состояние. Например, для предотвращения вторичного засоления рекомендациями для лиц, принимающих решения (ЛПР), является информационный портрет класса распознавания «площадь орошаемых земель с минерализацией грунтовых вод >3 г/л - максимальна». Таблица 2 - Критерии для выделения зон экологической напряженности по степени вторичного засоления почв

| Степень засоления | Площадь проявления показателя, % |        |         |      |
|-------------------|----------------------------------|--------|---------|------|
|                   | < 5                              | 5 - 19 | 20 - 50 | > 50 |
| Незасоленные      | 1                                | 1      | 1       | 1    |
| Слабозасоленные   | 2                                | 2      | 2       | 2    |
| Среднезасоленные  | 2                                | 3      | 3       | 4    |
| Сильнозасоленные  | 3                                | 3      | 4       | 5    |
| Солончаки         | 3                                | 4      | 5       | 5    |

Примечание: \* Зоны: 1 – относительного благополучия; 2 – экологического риска; 3 – экологического кризиса; 4 – экологического бедствия; 5 – экологической катастрофы.

### **9.12 Выбор экономически наилучшего варианта природоохранных мероприятий**

Для выбора экономически наилучшего варианта природоохранных мероприятий в тех случаях, когда сравниваемые варианты обеспечивают достижение одинакового качества окружающей среды, используют показатель сравнительной экономической эффективности природоохранных затрат. Этот показатель определяется величиной минимально необходимых эксплуатационных расходов и капитальных вложений в реализацию природоохранных мероприятий.

Приведённые затраты рассчитывают по формуле:

$$Z = C + E_n K,$$

где  $K$  – капитальные вложения в природоохранные мероприятия,  $C$  – годовые эксплуатационные расходы на обслуживание и содержание фондов природоохранного назначения,  $E_n$  – нормативный коэффициент экономической эффективности капитальных вложений природоохранного назначения, его величина в соответствии с Типовой методикой определения экономической эффективности капитальных вложений принимается равной 0,12 [2].

Выбирается вариант, которому соответствует наименьшее значение величины затрат.

Для выбора варианта можно использовать бонитет мелиорированных почв (БМП) по методике Рекса Л.М. [18].

$$БМП = K_{ур. max}^T \times T_{p.p.} \times K_{вл.} \times K_{почв} \times K_{аз.} \quad (7.5)$$

В формуле (\*) использованы обозначения:

$K_{ур. max}^T = \frac{Y_{max}}{T_{p.p. max}}$  – коэффициент урожайности термического ресурса;

$T_{p.p.} = \frac{\sum t > 10^\circ C}{1000}$  – термический ресурс региона ( $\sum t > 10^\circ C$  – сумма температур воздуха выше  $10^\circ C$ , 1000 – сумма температур выше  $10^\circ C$  близ северной границы земледелия);

$K_{почв}$  – коэффициент, характеризующий почвы данного региона по засоленности и УГВ,  $K_{почв}$  определяем по информационным портретам мелиоративного состояния РОС,  $K_{аз.}$  – коэффициент, характеризующий агротехнику.

Зависимость (\*) дает оценку мелиоративного воздействия на почвы – бонитет возрастает с увеличением  $K_{вл.}$ ,  $K_{почв}$ ,  $K_{аз.}$ . Значение  $K_{вл.}$  изменяется в результате изменения оросительного модуля, л/(с\*га), дренажного модуля, л/(с\*га), а также уровня грунтовых вод, м. Реализация соответствующих мероприятий требует затрат водных, трудовых, земельных, энергетических и материальных ресурсов. Увеличение  $K_{почв}$  в зависимости от региона требует различных комплексов мелиоративных мероприятий (внесение гипса, т/га, рыхление, м, планировка, м<sup>3</sup>/га, промывка, м<sup>3</sup>/га).

В зависимости от степени воздействия затраты ресурсов могут быть разными. Комплекс мероприятий представляется в виде морфологической схемы [5], в которой указывают мероприятие, степень его реализации и требуемые ресурсы. В морфологической схеме степень реализации мероприятия следует выбирать по информационным портретам мелиоративного состояния РОС. [52]

Возможное число вариантов определяется их произведением по каждому мероприятию. После генерирования всех вариантов получаем таблицу возможных путей увеличения бонитета рисовых почв.

Такая таблица позволит решить серию практических задач в зависимости от целей заказчика:

1) получить прирост продукции при минимальных затратах ресурсов,



2) учесть ограничения на имеющиеся ресурсы и т.д.

Таким образом, по бонитету исследуемых рисовых почв, в определении которого используются информационные портреты состояния РОС, определяется прирост бонитета в зависимости от набора мероприятий и их действенности и разрабатываются способы максимального противодействия неблагоприятным воздействиям.

В алгоритме оценки мелиоративного состояния оросительной системы производятся по критериям, характеризующим обеспеченность выполнения экологических требований с учетом объемов капитальных и эксплуатационных затрат.

Предлагаемый алгоритм автоматизированной системы управления мелиоративным состоянием рисовой оросительной системы позволяет рассматривать и сравнивать различные варианты управления и выбирать наилучшие из них по определенным критериям.

Составленная модель рисовой оросительной системы обеспечивает выдачу пользователю информации о состоянии объекта управления, а также об условиях его функционирования. Данные модели непрерывно обновляются, а выходная информация содержит прогноз состояния РОС при различных сценариях воздействия природных и антропогенных факторов.

## Заключение

Итак, модели позволяют получать различные комбинации факторов, влияющих на урожайность культур, плодородие почвы, прогнозировать конечные результаты в зависимости от сочетания этих факторов, ставить эксперименты, которые часто невозможно осуществить в природных условиях или проведение которых требует неоправданно больших затрат времени и средств. Эксперимент проводится не с системой, а с моделью, которая количественно описывает конкретную систему.

Системный метод представляет собой методологию научного анализа и решения проблем, которая позволяет организовать наши знания о процессах формирования урожая, плодородия почвы таким образом, что создается возможность находить лучшие по избранным критериям плановые и технологические решения, используя методы математического моделирования.

Мелиорация является составной частью природопользования. Оросительная система как сложный объект обладает следующими особенностями:

- 1) единая цель функционирования (доставка оросительной воды водопользователям в нужное время и в нужном количестве),
- 2) большое число взаимодействующих элементов,

3) возможность расчленения системы на группы (эксплуатационные участки, магистральные каналы, распределительные каналы),

4) многообразие форм связи между элементами и процессами (гидравлическая, электрическая, компьютерная, экологическая, административная),

5) большое количество параметров (расходы, уровни, насосные станции, пространственная разобщенность),

6) нетривиальность поведения, связанная со случайным характером внешних воздействий (осадки, температура).

Кроме общих особенностей, каждую оросительную сеть отличает широкий спектр особенностей индивидуальных, связанных с топологией местности, пространственной разобщенностью объектов.

Несмотря на недостаточность информации оросительная система поддается формализованному описанию как функциональная система кибернетического типа с указанием входа, процесса, выхода, подсистемы управления и ограничений. На входе системы многообразные факторы – материальные, энергетические, информационные. Управляя факторами на входе, можно добиться желаемого выхода. При этом под выходом подразумевается не только количество сельскохозяйственной продукции, но и ее качество, энергетические затраты, состояние плодородия почв и окружающей среды.

Наступило время, когда следует предлагать практические методы составления прогнозов и их использования при решении управленческих задач, требующих учета множества взаимосвязанных (системных) факторов и явлений, использования огромного объема информации прогностического характера.

#### Литература

1. Агроэкологический мониторинг в земледелии Краснодарского края: сб. науч. тр. /Куб.ГАУ. – 1997. –вып I. – 236 с; 2002. – вып. II.- 284 с.
2. Айдаров, И.П. Регулирование водно – солевого и питательного режимов орошаемых земель / И.П. Айдаров. – М.: Агропромиздат. 1985. – 210 с.
3. Арефьев, Н.В. Мониторинг мелиоративных земель на основе геоинформационных технологий / Н.В. Арефьев, В.Л. Баденко и др. // Мелиорация и водное хозяйство. – 1998. - №5 – с. 23 – 25.
4. Биогеохимические основы экологического нормирования / В.Н. Башкин, Е.В. Евстафьева, В.В. Снакин и др. – М.: Наука, 1993. – 307 с.
5. Бородянский, Н.И. Применение статистических критериев для прогнозирования предаварийных состояний производственных систем, деятельность которых связана с экологическим риском / Н.И. Бородянский и др.// Моделирование и оптимизация, сб. науч. тр. Ин-т кибернетики им. В.М. Глушкова. – Киев.: 1990. – с. 25-31.

6. Букс, И. Оценка и прогноз состояния окружающей природной среды и вопросы обработки информации // Проблемы фоновое мониторинга состояния природной среды / Л. Гидрометеоиздат. – 1987. с. 200-211.
7. Бусарова, О.Е. Оценка вертикального водообмена между верхними слоями почвы / О.Е. Бусарова // Водные ресурсы. – 1992. №3, с. 163-165.
8. Гавич, И.К. Гидрогеодинамика. / И.К. Гавич. М.: "Недра". 1988. – с. 349.
9. Горев, Л.Н. Унифицированная методика оптимизации мелиоративно – водохозяйственных систем / Л.Н. Горев, В.К. Пелешенко. – Киев: Лыбидь, 1991. – 296 с.
10. Горин, А.И. Опыт разработки экспертной системы для оценки плодородия почвы и выработки рекомендаций / А.И. Горин, А.Г. Земин, А.С. Фрид // Почвоведение. – 1988. - №5. – с. 103 – 107.
11. Гришина, Л.А. Организация и проведение почвенных исследований для экологического мониторинга. – М.: Изд-во МГУ, 1991. – 82 с.
12. Гумбаров, А.Д. Комплексные мелиорации в дельте реки Кубань / А.Д. Гумбаров. – Краснодар: Советская Кубань, 2001. – 180с.
13. Зимовец, Б.А. Оценка деградации орошаемых почв / Б.А. Зимовец, Н.Б. Хитров, Г.Н. Кочеткова, Н.П. Чижикова // Почвоведение. – 1998.- №9. с. – 1119 – 1126.
14. Зубкова, Т.А. Матричная организация почв. / Т.А. Зубкова, Л.О. Карпачевский. // М.: МГУ, 2001. – 187 с.
15. Интенсивные технологии повышения плодородия мелиорируемых земель на Северном Кавказе: сб. науч. тр. / РГУ. – Ростов - на – Дону, 1990. – 130с.
16. Информационно – советующая система управления орошением / под ред. д.т.н. В.П. Остапчика.- Киев.: Урожай, 1989, 240 с.
17. Каштанов, А.Н. Основы ландшафтно – экологического земледелия / А.Н. Каштанов, Ф.Н. Лисецкий, Г.И. Швобс. – М.: Колос, 1994. – 127 с.
18. Кузнецов, Е.В. Управление водно – солевым режимом почв Закубанского района, подверженных влиянию переувлажнения / Е.В. Кузнецов, Т.И. Сафронова, Г.В. Шевченко // Состояния и пути мелиорации чернозёмов Кубани. Тр. Сев. Кав. НИИ садоводства и виноградарства. – Краснодар, 2002. – с. 99-106.
19. Кузнецов, Е.В. Системно информационная оценка экологического состояния рисовой оросительной системы. / Е.В. Кузнецов, Т.И. Сафронова, И.А. Приходько. // МиВХ, 2005, №3. с. 28-30.
20. Кузнецов, М.Я. Разработка и использование математических моделей для исследования водного обмена на мелиорируемых землях: автореф. дис....канд. техн. наук / М.Я. Кузнецов; МнГУ.- Мн, 1999.-21 с.
21. Литвак Ш.И. Системный подход к агрохимическим исследованиям. – М.: Агропромиздат, 1990. – 220 с.
22. Луценко, Е.В. Автоматизированный системно-когнитивный анализ в управлении активными объектами (системная теория информации и ее

- применение в исследовании экономических, социально-психологических, технологических и организационно-технических систем): Монография (научное издание). / Е.В. Луценко. – Краснодар: КубГАУ. 2002. –605 с.
23. Луценко, Е.В. Интеллектуальные информационные системы. / Е.В. Луценко. – Краснодар.: КубГАУ. 2004. – 633 с.
  24. Ляшко И.И. Численное решение задач тепло- и массопереноса в пористых средах / Ляшко И.И., Демченко Л.И., Мистецкий Г.Е. – Киев: Наук. думка, 1991. – 264 с.
  25. Методика комплексных исследований на орошаемых опытных участках для определения водно-физических и гидрохимических характеристик почв и грунтов. (Сост. Н.И.Парфенова, Е.А.Макарычева) М., 1987
  26. Методические указания по комплексной оценке мелиоративного состояния и плодородия орошаемых земель в степной и сухостепной зонах Северного Кавказа / Юж. НИИГиМ, Новочеркасск, 1987. – 28 с.
  27. Методы охраны подземных вод от загрязнения и истощения: учебник. /под. ред. И.К. Гавич. М.: 1985. – 320 с.
  28. Милащенко, Н.З. Методические и организационные основы проведения агроэкологического мониторинга в интенсивном земледелии / Н.З. Милащенко, Ш.И. Литвак и др. М.: 1995.
  29. Мирцхулава, Ц. Е. Новые возможности оценки качества почв. / Ц. Е. Мирцхулава // Почвоведение. – 1998. - №6. – с. 727 – 731.
  30. Мирцхулава, Ц.Е. Деградация почв и пути предсказания неблагоприятных ситуаций при орошении / Ц.Е. Мирцхулава // Почвоведение. – 2001. - №12. – с. 1503-1510.
  31. Недорезов, Л.В. Лекции по математической экологии / Л.В. Недорезов // Новосибирск, 1997. – 208 с.
  32. Образцов А.С. Системный метод: применение в земледелии. – М.: Агропромиздат, 1990. – 303 с.
  33. Основы природообустройства: учеб. пособие/ А.И. Голованов, Т.И. Сурикова, Ю.И. Сухарев, Ф.М. Зимин; под ред. А. И. Голованова. – М.: Колос, 2001. – 263 с.
  34. Парфенова, Н.И. Экологические принципы регулирования гидрогеохимического режима орошаемых земель / Н.И. Парфенова, Н.М. Решеткина. – Спб, Гидрометеиздат, 1995. – 180 с.
  35. Пачепский, Я.А. Математические модели физико-химических процессов в почвах / Я.А. Пачепский. – М.: Наука, 1990. – 186с.
  36. Перегудов, Ф.И. Введение в системный анализ. / Ф.И. Перегудов, Ф.П. Тарасенко. Уч. пособ. М.: Высш. шк., 1997. – 389 с.
  37. Помазкина, Л.В. Биогеохимический мониторинг и оценка режимов функционирования агроэкосистем на техногенно - загрязненных почвах / Л.В.Помазкина, Л.Г. Котова, Е.В. Лубнина.- Новосибирск: Наука, 1999.- 200 с.

38. Попов, В.А. Регулирование грунтовых вод на рисовых системах. /В.А. Попов. – Краснодар: 1984.
39. Попов, Э.В. Экспертные системы. Решение неформализованных задач в диалоге с ЭВМ / Э.В. Попов. – М.: Наука, 1987, - 283 с.
40. Почва. Контроль качества и экологической безопасности по международным стандартам. Справочник..М.: ВНИИ стандарт, 2001. – 300 с.
41. Почвенно – экологическая оценка земельного фонда Краснодарского края и пути оптимизации плодородия. / сб. науч. тр. / КГАУ, Краснодар 1997. – 149 с.
42. Почвенно – экологический мониторинг и охрана почв / под ред. Д.С. Орлова, В.Д. Васильевской. - М.: изд. МГУ, 1994. – 272 с.
43. Природа моделей и модели природы / Под ред. Д.М. Гвишиани, И.В.Новикова, С.А. Пегова. – М.: Мысль, 1986. – 270 с.
44. Природоохранные нормы и правила: справочник. – М.: Строиздат, 1990, 340 с.
45. Пряжинская, В.Г. Обоснование водохозяйственных решений в условиях неопределенностей / В.Г. Пряжинская, Д.М. Ярошевский, А.В. Готовцев // Водные проблемы на рубеже веков. Рос. А.Н., Ин-т водн. проблем. – М, 1999. – с. 268 – 277.
46. Пряжинская, В.Г. Совершенствование использования водных и земельных ресурсов в орошаемой земледелии: обзорная информация / В.Г. Пряжинская, Д.М. Ярошевский, А.К. Левит-Гуревич. М.: Физматлит, 2002. -494 с.
47. Пузаченко Ю.Г. Математические методы в экологических и географических исследованиях, (естеств. науки) – М.: «Академия», 2004. 416 с.
48. Рекс, Л.М. Системные исследования мелиоративных процессов и систем. / Л.М. Рекс. – М.: Изд-во АСЛАН, 1995.
49. Рекс Л.М. Интегральные оценки экологической безопасности в проблемах рационального природообустройства в регионе. / Л.М. Рекс, Ю.А. Ростопшин, П.С. Русинов, И.Б. Руссман, В.М. Умывакин // Институт системного анализа РАН. – М.: – 1999. – 48 с
50. Рюмина, Е.В. Анализ эколого-экономических взаимодействий. - М.: Наука. 2000. – 158 с.
51. Сафронова, Т.И. Математическая модель упругого режима фильтрации на рисовой оросительной системе / Т.И. Сафронова, В.И. Степанов // Сборник материалов "Образование и наука в третьем тысячелетии", ч. I. – Барнаул: Издательство Алтайского государственного университета, 2002. – с. 214-216.
52. Сафронова, Т.И. Когнитивная структуризация и формализация задачи управления качеством грунтовых вод на рисовых оросительных системах. / Т.И. Сафронова., Е.В. Луценко // Научный журнал КубГАУ. – 2004.– №6(7). –12 с. <http://ej.kubagro.ru>.

53. Сафронова, Т.И. Проблема управления качеством грунтовых вод на рисовых оросительных системах и концепция ее решения. / Т.И. Сафронова., Е.В. Луценко // Научный журнал КубГАУ. – 2004.– №6(7). – 8 с. <http://ej.kubagro.ru>.
54. Сафронова, Т.И. Оценка экологической ситуации на действующих рисовых оросительных системах / Т.И. Сафронова. – Краснодар: КубГАУ, 2005. – 209 с.
55. Сафронова, Т.И. Математическая модель экологической ситуации на рисовых оросительных системах / Т.И. Сафронова // Известия вузов. Северо – Кавказский регион, техн. науки, приложение № 1.- Новочеркасск. – 2005.- с. 137-140.
56. Файбишенко, Б.А. Водно-солевой режим грунтов при орошении / Б.А. Файбишенко. М.: 1986, - 302 с.
57. Фрид, А.С. Информационные модели плодородия почв /А.С. Фрид // Вестник с. – х. науки. – 1987. -№9. – с. 8-12.
58. Харченко, С.И. Управление водным режимом на мелиоративных землях. / С.И. Харченко., Л.: 1987, - 240с.
59. Шеин, Е.В. Методические подходы к эколого-агрофизической оценке орошаемых почв / Е.В. Шеин, И.И. Гудима // Почвоведение. – 1990. - №5. с. 86-94.
60. Шестаков, В.М. Прикладная гидрогеология / В.М. Шестаков. – М.: Изд-во МГУ, 2001. - 144 с.
61. Экоинформатика. Теория, практика, методы и системы/ Под ред. акад. РАН В.Е. Соколова. – Спб., Гидрометеиздат, 1992. – 520 с.
62. Экзарьян, В.Н. Геоэкология и охрана окружающей среды/ В.Н. Экзарьян. – М.: "Экология", 1997. – 176 с.
63. Экологические требования к орошению почв России: Рекомендации / Составители: Б.А. Зимовец, А.Г. Бондарев, И.П. Айдаров и др. – М.: Почвенный институт им. В.В. Докучаева, 1996. – 72 с.