

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РФ

**ФГБОУ ВО «Кубанский государственный аграрный университет
имени И. Т. Трубилина»**

Пасниченко П.Г., Долобешкин Е.В.

«Расчет статически определимых балок и рам»

Методические указания

Краснодар 2018

УДК 631.6

ББК 40.6

Г 94

Рецензент

доктор технических наук, профессор Кузнецов Е.В.

Пасниченко П.Г., Долобешкин Е.В.

Предназначено для бакалавров, обучающихся по направлению «Строительство»

Публикуется в соответствии с решением методической комиссии архитектурно-строительного факультета. Протокол №5 от 21.12.2017г.

© Пасниченко П.Г., Долобешкин Е.В. 2018г.
© ФГБОУ ВПО КубГАУ 2018г.

Содержание работы.

Работа включает десять задач на построение эпюр поперечных сил; изгибающих моментов и продольных сил. Для десяти балок и рам по заданию, имеющих соответствующие расчетные схемы и при числовых размерах по строке таблицы нагрузок и геометрических размеров балок требуется:

1. Определить опорные реакции и построить эпюры поперечных сил, изгибающих моментов и нормальных сил.
2. Вычислить ординаты поперечных сил, изгибающих моментов и нормальных сил во всех характерных точках. Определить положение точек пересечения эпюр Q, M, N с осью эпюр.
3. Вычертить в масштабе схемы балок и рам и эпюры Q, M, N .
4. Показать на схемах балок и рам общий характер изогнутой оси.
5. Для всех балок, имеющих горизонтальную ось, подобрать сечение балки из стального двутавра по методу предельных состояний. При подборе сечений заданную нагрузку принять за расчетную.

Пояснения к работе.

Поперечная сила Q в данном сечении численно равна алгебраической сумме проекций всех внешних сил, расположенных по одну сторону от сечения на нормаль к оси стержня:

$$Q = \sum Y_i^{лев} = \sum Y^{np.}$$

Изгибающий момент M в любом сечении равняется алгебраической сумме моментов от всех внешних воздействий, приложенных по одну сторону от рассматриваемого сечения, относительно центра тяжести этого сечения. $M = \sum m_i^{лев} = \sum m_i^{np.}$

Нормальная (продольная) сила в любом сечении равна алгебраической сумме проекций на ось стержня (или касательную к оси) всех внешних сил, расположенных по одну сторону от сечения.

$$N = \sum X^{лев} = \sum X^{np.}$$

Эпюры поперечных сил Q , изгибающих моментов M и нормальных сил N , представляют собой графики, показывающие изменение этих силовых факторов по длине стержня. По эпюрам легко судить о том, где действуют максимальные или минимальные поперечные силы, изгибающий момент, нормальная сила, т.е. выявить опасные сечения балки или рамы. При построении эпюр Q, M, N необходимо руководствоваться следующим правилом знаков.

Поперечную силу считают положительной, если равнодействующая всех левых сил направлена на вверх, а равнодействующая всех правых сил направлена вниз.

Поперечную силу считают отрицательной, если равнодействующая всех левых сил направлена вниз, а равнодействующая всех правых сил направлена вверх.

Изгибающий момент в сечении считают положительным, если внешняя нагрузка изгибает балку выпуклостью вниз или стремиться повернуть левую часть балки по часовой стрелки, а правую часть – против часовой стрелки.

Изгибающий момент считают отрицательным, если внешняя нагрузка изгибает балку выпуклостью вверх или стремиться повернуть левую часть балки (стержня) против часовой стрелки, а правую часть – по часовой стрелки.

Нормальная (продольная сила) считается положительной, если она вызывает растяжение стержня и отрицательной – если она сжимает его.

Порядок построение эпюр Q, M, N .

1. Составляются уравнения равновесия балки и определяются опорные реакции:

$$V_A = \frac{\sum m_B^P}{l}; V_B = \frac{\sum m_A^P}{l}.$$

Проверку выполняют по условию.

$$\sum Y = \sum P_i + V_B + V_A = 0$$

m_B^P — момент внешних сил относительно опоры В; m_A^P — момент относительно опоры А; l — пролет балки.

2. Балка разбивается на отдельные участки, в пределах которых **закон изменения Q и M** постоянен (при неизменном размере и форме сечения).

3. Составляются выражения изгибающих моментов M_x , поперечных сил Q_x и нормальных сил N_x .

4. По полученным выражениям вычисляются ординаты эпюр для ряда сечений в количестве, достаточном для изображения этих эпюр.

5. Определяются сечения, в которых действуют моменты M_{\max} и M_{\min} и вычисляются значения этих моментов.

6. По полученным значениям ординат строятся эпюры. Причем ординаты эпюры изгибающих моментов надо откладывать со стороны растянутых волокон (на горизонтальных участках - отрицательные вверх, положительные вниз). Поперечные силы – положительные вверх, а отрицательные вниз.

Правила проверки правильности построения эпюр внутренних силовых факторов.

1. На участках, где нет распределенной нагрузки, эпюра Q — прямая, параллельная оси бруса, эпюра M — наклонная прямая.

2. На участках с равномерно распределенной нагрузкой эпюра Q — наклонная прямая, эпюра M квадратичная парабола.

3. В сечениях, где $Q = 0$, на эпюре M имеется экстремум.

4. В тех сечениях, где приложены сосредоточенные силы, на эпюре Q имеется скачок на величину приложенной силы, а на эпюре M — излом.

5. В сечениях, где приложен внешний изгибающий момент, эпюра Q непрерывна, а на эпюре моментов имеется скачок на величину приложенного момента.

6. В узлах рам сумма моментов должна равняться нулю.

Анализируя эпюры изгибающих моментов балок, имеющих горизонтальную ось, необходимо взять максимальный изгибающий момент по абсолютной величине. По максимальному моменту, используя условия прочности при расчете по предельному состоянию,

$$\sigma = \frac{M_{\max}}{W_T} \leq mR$$

необходимо подобрать двутавр по таблице сортамента ГОСТ-8239-56.

Для этого надо вычислить требуемый момент сопротивления.

$$W_T = \frac{M_{\max}}{mR}$$

где m — коэффициент условий работы; Коэффициент условий работы в учебных целях принимается равным единице ($m = 1$).

R — расчетное сопротивление материала балки на растяжение или сжатии при изгибе.

Для стали марки Ст. 3 $R = 2100 \text{ кгс/см}^2$.

Пример выполнения расчетов по третьей работе (вариант 30, строке 10).

Решение.

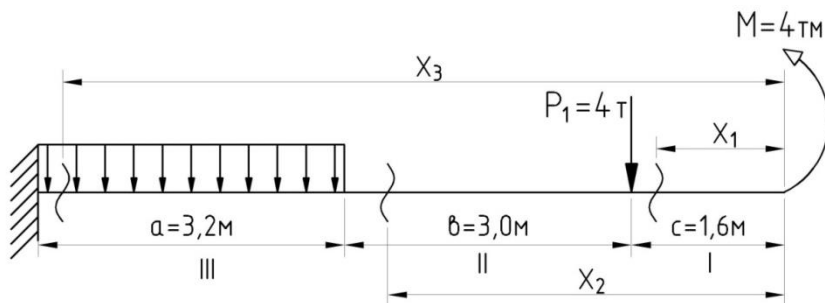
1. Из таблицы заданий по 30 варианту (столбец 30) выписывает номера расчетных схем: 51, 46, 39, 32, 25, 20, 12, 8, 65, 60.

2. Из таблицы нагрузок и геометрических размеров выписываем исходные данные по строке 8.

№ п/п	a, м	b, м	c, м	P ₁ , т	P ₂ , т	q ₁ , т/м	q, т/м	m ₁ , тм
8	3,2	3,0	1,6	4,0	3,0	3,0	1,6	4,0

Задача 1.

Построение эпюр M и Q для консольной балки, схема 8. $q_1 = 3 \text{ т/м}$



Заданная балка имеет три грузовых участка 1, 2 и 3. Границы: первого участка $0 \leq x \leq C$, второго $C \leq x \leq (c + b)$ и третьего $(b + c) \leq x \leq (a + b + c)$. Расчет консоли можно начинать непосредственно с построения эпюр, перемещаясь от свободного конца по направлению к заделке.

Участок 1. $0 \leq x \leq 1.6(\text{м})$

Поперечная сила $Q = \sum Y^{np}$.

Так как внешних сил на участке 1 справа от сечения нет, то $Q_1 = 0$.

Из-

гибающий момент $M = \sum m^{np}$. На участке действует внешний изгибающий момент.

$M = 4(mm)$. Он считается положительным, так как выгибает балку выпуклостью вниз.

Участок 2. $1,6 \leq x \leq 4,6(m)$.

Поперечная сила $Q_2 = P_1 = 4(m)$.

Сила взята с плюсом, так как направлена справа от сечения вниз.

Изгибающий момент $M_2 = m - P_1(x_2 - 1,6)$,

при $x_2 = 1,6$; $M_2 = 4(mm)$;

$x_2 = 4,6$; $M_2 = 4 - 4 \cdot 3 = -8(mm)$.

Участок 3. $4,6 \leq x \leq 7,8m$.

Поперечная сила $Q_3 = P_1 + q_1(x_3 - 4,6)$.

при $x_3 = 4,6m$ $Q=4(T)$,

при $x_3 = 7,8m$ $Q=13,6(T)$,

$$M_3 = m - P_1(x_3 - 1,6) - \frac{q(x_3 - 4,6)^2}{2},$$

при $x_3 = 4,6m$, $M_3 = -8mm$.

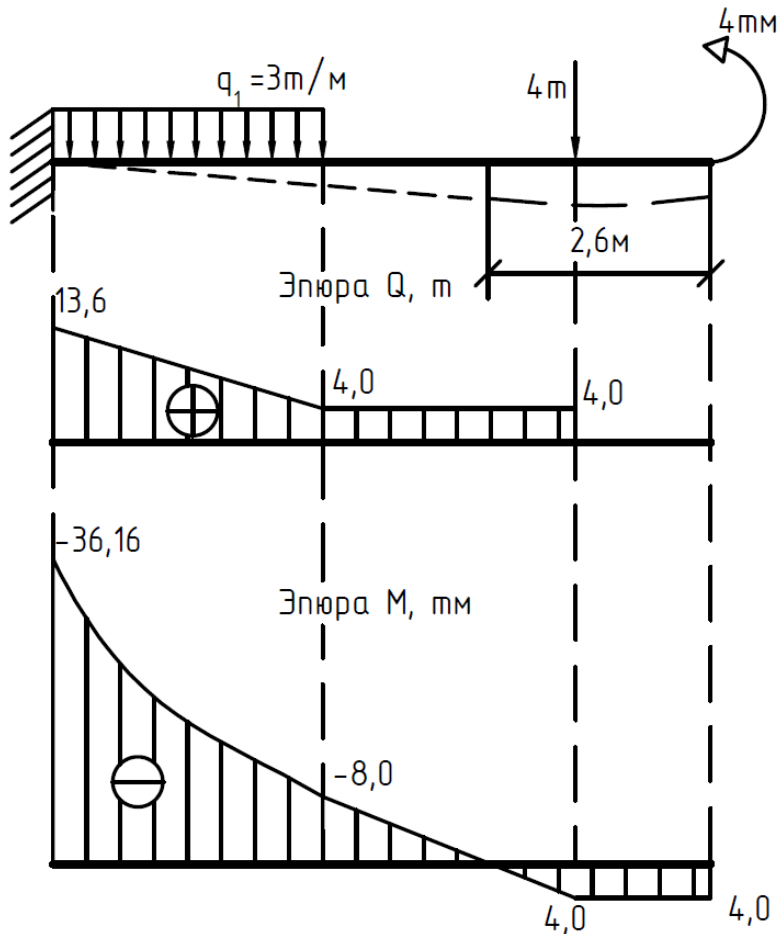
при $x_3 = 7,8m$, $M_3 = 4 - 4 \cdot 6,2 - \frac{3}{2} \cdot 3,2^2 = -36,16mm$.

Находим точку пересечения эпюры M с осью X . Для этого приравняем нулю M_2 .

$$m - p_1(x_2 - c) = 0; \text{ откуда } x_2 = \frac{m}{P_1} + c = \frac{4}{4} + 1,6 = 2,6m.$$

На этом участке эпюра моментов располагается ниже осевой линии (со стороны растянутых волокон). Следовательно выпуклость изогнутой оси направлена вниз.

По полученным ординатам в масштабе строим эпюру Q и M .



На схеме показываем общий характер изогнутой оси. Балка на 1 участке до сечения $x = 2.6$ имеет вогнутость вниз, а на остальной – вогнутость вверх.

Подбираем сечение балки по методу предельного состояния. Максимальный изгибающий момент действует в сечении у заделки балки

$$M_{\max} = 36.16 \text{ тм}$$

Из условия прочности находим требуемый момент сопротивления сечения.

$$W_T = \frac{M_{\max}}{mR} = \frac{36.16 \cdot 10^5}{1 \cdot 2100} = 1721,9 \text{ см}^3.$$

10^5 – переводной коэффициент из тм в кгсм.

По ГОСТу 8239-56 подбираем нужный двутавр.

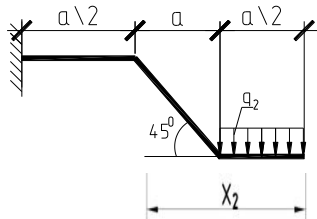
Ближайшие №50 с $W_x = 1570 \text{ см}^3$ и №55 с $W_x = 2000 \text{ см}^3$.

Поскольку для №50 $\frac{W_T - W_x}{W} \cdot 100 = 12\%$ перегрузка больше 5%, то берем ближайший

большой №55. Он будет работать с недогрузкой $\frac{W_T - W_x}{W} \cdot 100 = 13\%$.

Задача 2.

Построение эпюр M, Q и N для плоской статически определимой рамы (схема 12).



Дано: $a = 3.2\text{м}$, $q = 1.6\text{м/м}$,

Раму разбиваем на три грузовых участка ось X — направлена по горизонтали, а ось Y — вертикальна. Опорной реакции для такой (консольной) рамы не определяем.

Участок 1 $0 \leq x_1 \leq 1.6\text{м}$.

Раму рассекаем на две части в пределах первого участка, левую часть отбрасываем и рассматриваем равновесие оставшийся — правой.

$$Q_1 = q_2 x, \quad \text{при } x_1 = 0, \quad Q_1 = 0, \quad \text{при } x_1 = 1.6\text{м}, \quad Q_1 = 2.56\text{м}.$$

$$M_1 = -q_2 \frac{x_1^2}{2} \quad \text{при } x_1 = 0, \quad M_1 = 0, \quad \text{при } x_1 = 1.6\text{м}, \quad M_1 = -2.048\text{мм}, \quad N_1 = 0.$$

Участок 2. $1.6 \leq x_2 \leq 4.8\text{м}$.

Раму рассекаем на середине 2-го участка. Рассматриваем равновесие правой части. Распределённая нагрузка направлена по вертикали, поэтому удобнее расстояние до сечения измерять по горизонтали (нормально к направлению распределённой нагрузки)

$$Q_2 = q_2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \cos 45^\circ,$$

$$M_2 = -q_2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \left(x_2 - \frac{a}{4}\right);$$

$$N_2 = q_2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \sin 45^\circ.$$

При $x_2 = 1.6$ $Q_2 = 1.6 \cdot 1.6 \cdot 0.707 = 1.81(\text{м})$, $M_2 = -2.048(\text{мм})$, $N_2 = 1.81\text{м}$.

При $x_2 = 4.8$ $Q_2 = 1.81(\text{м})$, $M_2 = -2.56 \cdot (4.8 - 0.8) = -10.24(\text{мм})$, $N_2 = 1.81\text{м}$.

Участок 3. $4,8 < x_3 < 6,4 \text{ м.}$

Раму рассекаем на середине 3-го участка. Рассматриваем равновесие правой части.

$$Q_3 = q_2 \cdot \frac{a}{2}; M_3 = -q_2 \cdot \frac{a}{2} \cdot (x_3 - \frac{a}{4}); N_3 = 0.$$

$$\text{При } X_3 = 4,8 \quad Q_3 = 2.56(m); \quad M_3 = -10.24(mm); \quad N = 0.$$

$$\text{При } x_3 = 6.4 \text{ м, } Q_3 = 2.56(m); \quad M_3 = -2.56 \cdot (6,4 - 0,8) = -14,336(mm); \quad N_3 = 0.$$

По полученным значениям ординаты, строим эпюры Q, M и N , в масштабе.

Проверка эпюр в узлах рамы.

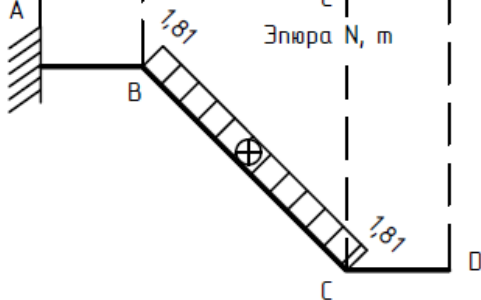
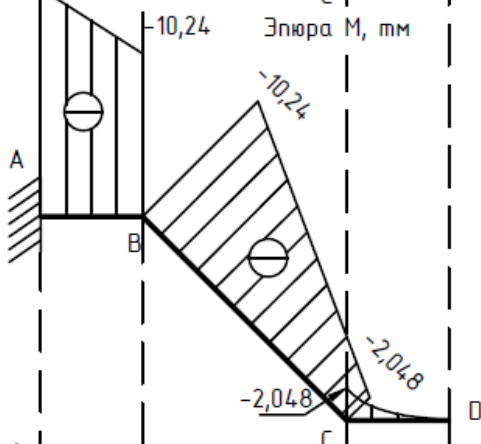
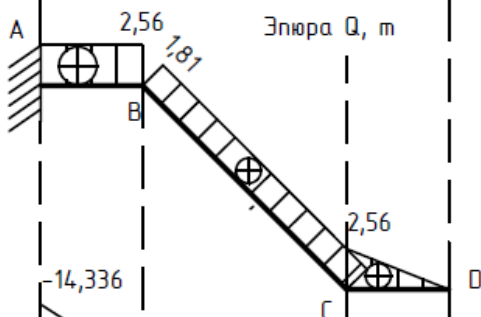
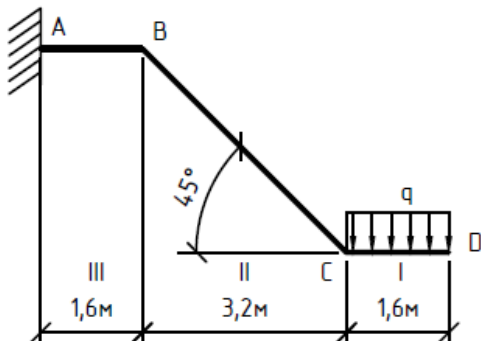
Сумма моментов в жестких узлах рамы, где отсутствует внешний момент, равна нулю.

$$\text{Узел С} \quad \sum M_c = 2,048 - 2,048 = 0$$

$$\text{Узел В} \quad \sum M_B = 10,24 - 10,24 = 0.$$

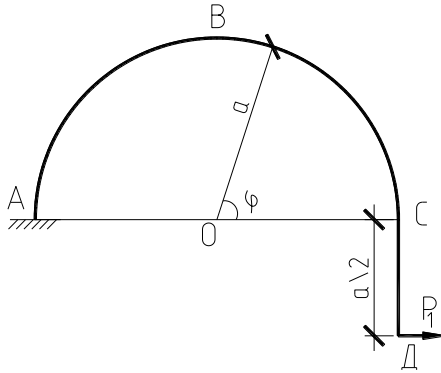
Показываем общий характер изогнутой оси рамы.

Эпюры поперечных сил Q , изгибающих моментов M и нормальных сил N .



Задача 3.

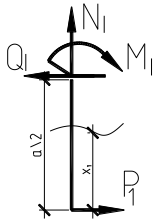
Построение эпюр Q, M и N для плоского кривого бруса (схема 18).



Дано: $a = 3.2(m)$, $P = 4(m)$.

Кривой брус разбиваем на 2 участка I – DC и II – CBA.

I участок $0 \leq x_1 \leq a/2$.



Составляем выражения поперечной силы, изгибающего момента и нормальной

силы. Находим ординаты эпюр Q и M .

$$Q_1 = -P_1; \quad M_1 = P_1 \cdot x_1; \quad N_1 = 0.$$

$$\text{При } x_1 = 0; \quad Q_1 = -4(m), \quad M_1 = 0, \quad N_1 = 0.$$

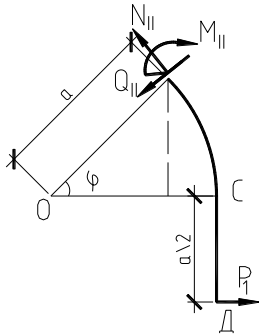
$$\text{При } x_1 = 1.6; \quad Q_1 = -4(m), \quad M_1 = 6.4(m\cdot m), \quad N_1 = 0.$$

II участок.

Для второго участка выбираем полярную систему координат. Угол отсчитываем против часовой стрелки. Рассечем брус и отбросим левую часть. Рассмотрим равновесие оставшейся части и составим выражения для Q, M и N в функции угла φ .

$$Q_2 = -P_1 \cdot \cos \varphi; \quad M_2 = P_1 \cdot \left(\frac{a}{2} + a \cdot \sin \varphi \right);$$

$$N_2 = P_1 \cdot \sin \varphi.$$



Используя дифференциальные зависимости найдем положение сечений, в которых возникают экстремальные значения Q_2, M_2 и N_2 .

$$\frac{dQ_2}{d\varphi} = P_1 \cdot \sin \varphi = 0; \quad Q_{\max} \text{ при } \varphi = 0, \pi.$$

$$\frac{dM_2}{d\varphi} = P_1 a \cdot \cos \varphi = 0; \quad M_{\max} \text{ при } \varphi = \frac{\pi}{2}.$$

$$\frac{dN_2}{d\varphi} = P_1 \cdot \cos \varphi = 0; \quad N_{\max} \text{ при } \varphi = \frac{\pi}{2}.$$

Определим положение сечений, где поперечная сила, изгибающий момент и продольная сила равны нулю.

$$Q_2 = -P_1 \cdot \cos \varphi = 0, \quad \text{при } \varphi = \frac{\pi}{2}$$

$$M_2 = P_1 \cdot \left(\frac{a}{2} + a \cdot \sin \varphi \right), \quad \text{в пределах участка M нигде не равно нулю}$$

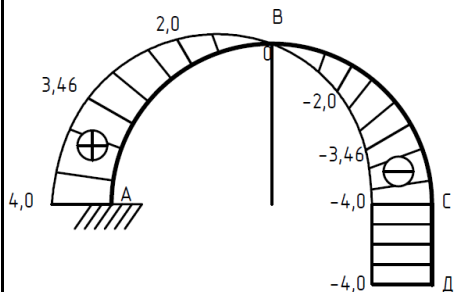
$$N_2 = P_1 \cdot \sin \varphi = 0, \quad \text{при } \varphi = 0, \pi.$$

Вычисление значений целесообразно выполнять в табличной форме:

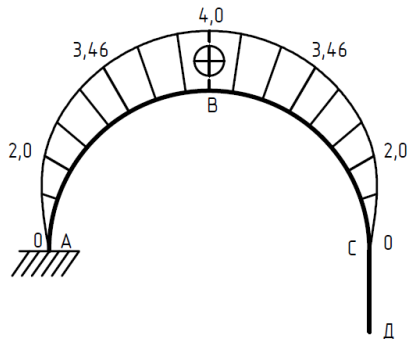
№ п \ п	φ	$\sin \varphi$	$\cos \varphi$	$P_1 \cdot \cos \varphi$ Т	$P_1 \cdot \sin \varphi$ Т	$P_1 \cdot a \cdot \sin \varphi$ ТМ	$P_1 \cdot \frac{a}{2} + P_1 \cdot a \cdot \sin \varphi$ ТМ
1	0	0	1	-4,00	0	0	6,4
2	30	0,500	0,866	-3,46	2,00	6,40	12,8
3	60	0,866	0,500	-2,00	3,46	11,05	17,5
4	90	1,000	0	0	4,00	12,80	19,2
5	120	0,866	0,500	2,00	3,46	11,05	17,5
6	150	0,500	0,866	3,46	2,00	6,40	12,8
7	180	0	1	4,00	0	0	6,4

По полученным координатам строим эпюры Q_2, M_2 и N_2 .

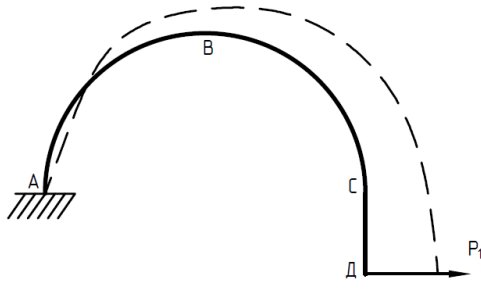
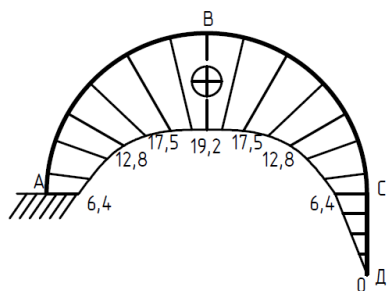
Эпюра Q , т



Эпюра N , т

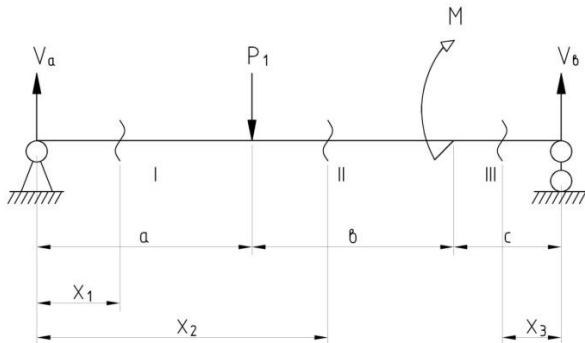


Эпюра M , мм



Показываем общий характер изогнутой оси кривого бруса.

Задача 4. Построение эпюр M , Q для балки на двух опорах (схема 25).



Дано: $P_1=4(\text{т})$, $M=4(\text{тм})$, $a=3,2(\text{м})$, $b=3(\text{м})$ $c=1,6(\text{м})$

Определим опорные реакции из условия статического равновесия. Для чего составляем суммы моментов относительно опор А и В.

$$\sum M_A = V_B \cdot (a + b + c) - M - P_1 \cdot a = 0,$$

$$V_B = \frac{M + P_1 \cdot a}{a + b + c} = \frac{4 + 4 \cdot 3,2}{7,8} = 2,154 \text{ т}$$

$$\sum M_B = -V_A \cdot (a + b + c) - M + P_1 \cdot (b + c) = 0$$

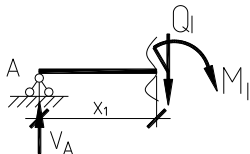
$$V_A = \frac{-M + P_1 \cdot (b + c)}{a + b + c} = 1,846 \text{ т}$$

Проверка правильности определения опорных реакций:

$$\sum Y = V_A - P_1 + V_B = 1,846 - 4,0 + 2,154 = 0$$

Балка разбивается на три грузовых участка.

I участок $0 \leq x_1 \leq 3,2 \text{ м}$

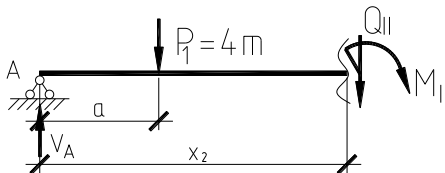


Вычислим ординаты эпюр Q_{I} и M_I :

$$Q_I = V_A \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 & Q_I = 1,846 \text{ т} \\ x_1 = 3,2 \text{ м} & Q_I = 1,846 \text{ т} \end{cases}$$

$$M_I = V_A \cdot x_1 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 & M_I = 0 \\ x_1 = 3,2 \text{ м} & M_I = 1,85 \cdot 3,2 = 5,91 \text{ тм} \end{cases}$$

II участок $3,2 \text{ м} \leq x_2 \leq 6,2 \text{ м}$

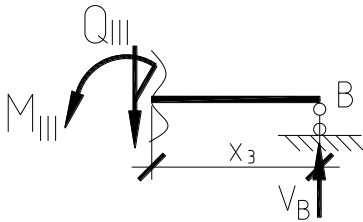


Вычислим ординаты эпюр Q_{II} и M_{II} :

$$Q_{II} = V_A - P_1 \rightarrow \begin{cases} x = 3,2 \text{ м} & Q_{II} = 1,846 - 4 = -2,154 \text{ т} \\ x = 6,2 \text{ м} & Q_{II} = 1,846 - 4 = -2,154 \text{ т} \end{cases}$$

$$M_{II} = V_A \cdot x_2 - P_1 \cdot (x_2 - a) \rightarrow \begin{cases} x = 3,2 \text{ м} & M_{II} = 5,91 \text{ тм} \\ x = 6,2 \text{ м} & M_{II} = -0,554 \text{ тм} \end{cases}$$

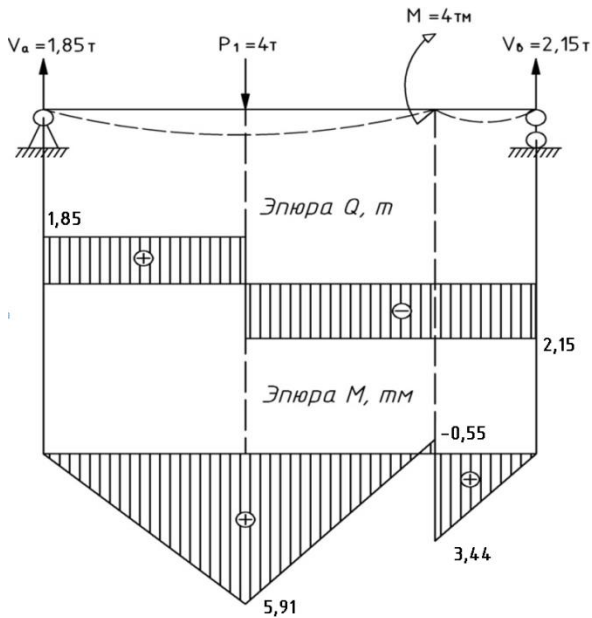
III участок $0 \text{ м} \leq x_3 \leq 1,6 \text{ м}$



Вычислим ординаты эпор Q_{III} и M_{III} :

$$Q_{III} = -V_B = -2,154 \text{ т}$$

$$M_{III} = V_B \cdot x_3 \rightarrow \begin{cases} x_3 = 0 & M_{III} = 0 \\ x_3 = 1,6 \text{ м} & M_{III} = 3,446 \text{ тм} \end{cases}$$



По полученным значениям ординат строим эпоры Q и M в выбранном масштабе.

Находим абсциссу, где изгибающий момент на втором участке равен нулю:

$$M_{II} = V_A \cdot x_2 - P_1 \cdot (x_2 - a) = 0$$

$$x_{2(0)} = \frac{P_1 - a}{P_1 - V_A} = \frac{4 - 3,2}{4 - 1,85} = 5,96 \text{ м}$$

Показываем общий характер изогнутой оси балки. Подбираем сечение двутавровой балки по первому предельному состоянию.

Максимальный изгибающий момент действует в сечении под силой P_1 : $M_{MAX} = 5,92 \text{ тм}$.

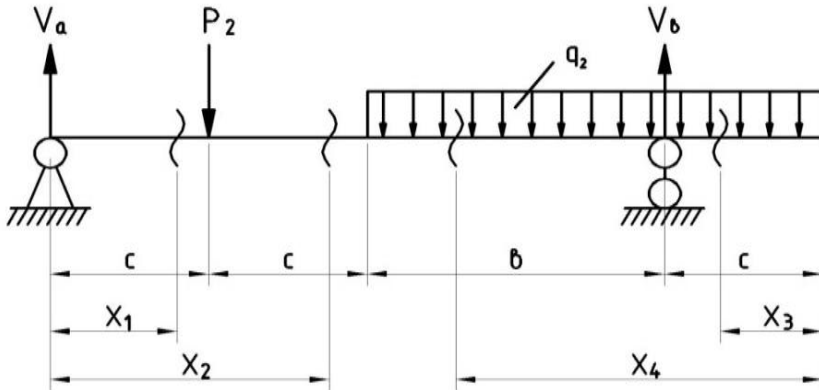
Вычислим требуемый момент сопротивления сечения: $W_T = \frac{M_{MAX}}{mR} = \frac{5,92 \cdot 10^5}{1 \cdot 2100} = 282 \text{ см}^3$

По ГОСТу 8239-56 подбираем ближайший БОЛЬШОЙ двутавр №24, $W_T = 289 \text{ см}^3$.

Двутавр будет работать с недогрузкой в 2,5%.

Задача 5.

Построение эпюр M, Q для балки на двух опорах с консольной частью (схема 32).



Дано: $P_2=3\text{т}$, $b=3\text{м}$, $c=1,6\text{м}$, $q_2=1,6\text{ т/м}$.

1. Определим опорные реакции из условия статического равновесия. Для чего составляем суммы моментов относительно опор А и В.

$$\sum M_A = V_B \cdot (b + 2c) - q_2 \cdot (b + c) \cdot \left(2c + \frac{b+c}{2}\right) - P_2 \cdot c = 0,$$

$$V_B = \frac{3 \cdot 1,6 + 1,6 \cdot 4,6 \cdot 5,5}{6,2} = 7,30\text{т}$$

$$\sum M_B = -V_A \cdot (c + b + c) + q_2 \cdot \frac{b^2}{2} - q_2 \cdot \frac{c^2}{2} + P_2 \cdot (b + c) = 0$$

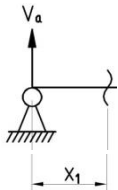
$$V_A = \frac{3 \cdot 4,6 + 1,6 \cdot 4,5 - 1,6 \cdot 1,28}{a + b + c} = 3,06\text{т}$$

Проверка правильности определения опорных реакций:

$$\sum y = V_A - P_2 + V_B - q_2 \cdot (b + c) = 3,06 - 3 - 1,6 \cdot 4,6 + 7,3 = 0$$

2. Разбиваем балку на 4 участка и составляем выражения для M и Q .

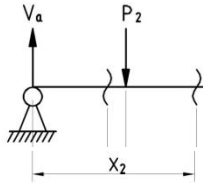
I участок $0 \leq x_1 \leq 1,6\text{м}$



Вычислим ординаты эпюр Q и M : $Q_I = V_A = 3,06\text{т}$

$$M_I = V_A \cdot x_1 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 & M_I = 0 \\ x_1 = 1,6\text{м} & M_I = 3,06 \cdot 1,6 = 4,9\text{тм} \end{cases}$$

II участок $1,6\text{м} \leq x_2 \leq 3,2\text{м}$

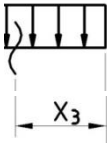


Вычислим ординаты эпор Q_{II} и M_{II} :

$$Q_{II} = V_A - P_2 = 3,06 - 3 = 0,06\text{т}$$

$$M_{II} = V_A \cdot x_2 - P_2 \cdot (x_2 - c) \rightarrow \begin{cases} x_2 = 1,6\text{м} & M_{II} = 4,9\text{тм} \\ x_2 = 3,2\text{м} & M_{II} = 5,05\text{тм} \end{cases}$$

III участок $0\text{м} \leq x_3 \leq 1,6\text{м}$

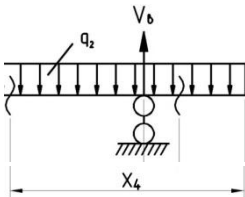


Вычислим ординаты эпор Q_{III} и M_{III} :

$$Q_{III} = q_2 \cdot x_3 \rightarrow \begin{cases} x_3 = 0 & Q_{III} = 0 \\ x_3 = 1,6\text{м} & Q_{III} = 1,6 \cdot 1,6 = 2,56\text{т} \end{cases}$$

$$M_{III} = -q_2 \cdot \frac{x_3^2}{2} \rightarrow \begin{cases} x_3 = 0 & M_{III} = 0 \\ x_3 = 1,6\text{м} & M_{III} = -2,05\text{тм} \end{cases}$$

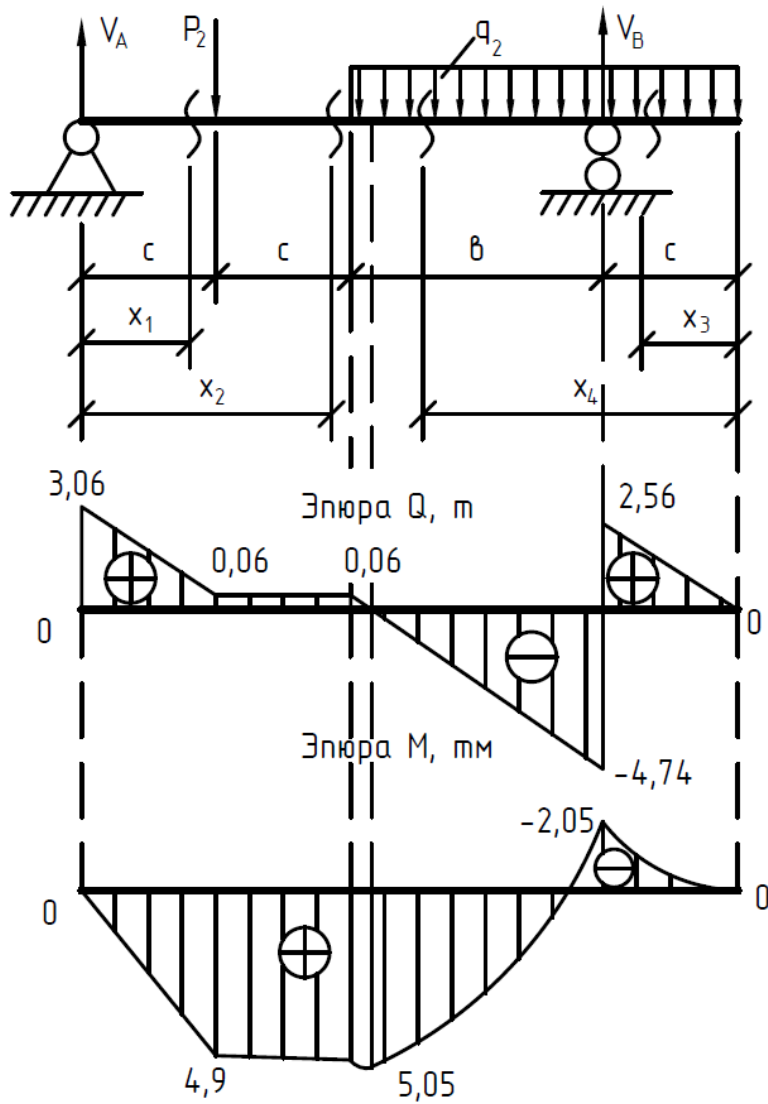
IV участок $1,6\text{м} \leq x_4 \leq 4,6\text{м}$



$$Q_{IV} = q_2 \cdot (x_4 - 1,6) - V_B \rightarrow \begin{cases} x_4 = 1,6\text{м} & Q_{IV} = -4,74\text{т} \\ x_4 = 4,6\text{м} & Q_{IV} = 0,06\text{т} \end{cases}$$

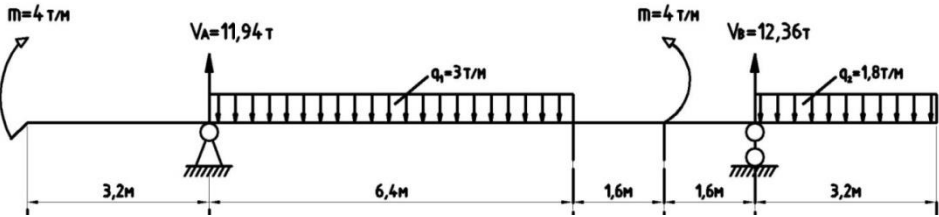
$$M_{IV} = -q_2 \cdot \frac{(x_4 - 1,6)^2}{2} + V_B \cdot (x_4 - 1,6) \rightarrow \begin{cases} x_4 = 1,6\text{м} & M_{IV} = -2,05\text{тм} \\ x_4 = 4,6\text{м} & M_{IV} = 5,05\text{тм} \end{cases}$$

По полученным значениям ординат строим эпоры Q_{II} и M_{II} в выбранном масштабе.



Задача 6.

Построение эпюр M , Q для балки на двух опорах с двумя консолями (схема 32).



1. Определим опорные реакции из условия статического равновесия. Для чего составляем суммы моментов относительно опор А и В.

$$\sum M_A = V_B \cdot (3,2 + 6,4) - q_2 \cdot 3,2 \cdot (9,6 + 1,6) + M - M - q_1 \cdot 6,4 \cdot 3,2 = 0,$$

$$V_B = \frac{1,8 \cdot 3,2 \cdot (9,6 + 1,6) + 4 - 4 + 3 \cdot 6,4 \cdot 3,2}{3,2 + 6,4} = 12,36 \text{ т}$$

$$\sum M_B = -V_A \cdot (3,2 + 6,4) - M + M - q_1 \cdot 6,4 \cdot (3,2 + 3,2) + q_2 \cdot 3,2 \cdot 1,6 = 0$$

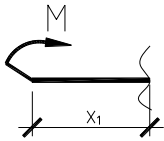
$$V_A = \frac{-4 + 4 - 3 \cdot 6,4 \cdot (3,2 + 3,2) + 1,8 \cdot 3,2 \cdot 1,6}{3,2 + 6,4} = 11,94 \text{ т}$$

Проверка правильности определения опорных реакций:

$$\sum y = V_A - q_1 \cdot 6,4 + V_B - q_2 \cdot 3,2 = 11,94 - 3 \cdot 6,4 + 12,36 - 2,8 \cdot 3,2 = 0$$

Разбиваем балку на 5 участков и составляем выражения для M и Q .

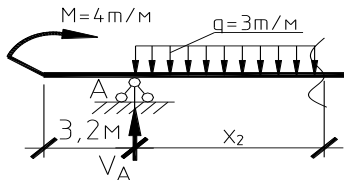
Участок $0 \leq x_1 \leq 3,2 \text{ м}$



Вычислим ординаты эпюр Q_I и M_I :

$$Q_I = 0 \quad M_I = M = 4 \text{ т/м}$$

Участок $3,2 \text{ м} \leq x_2 \leq 9,6 \text{ м}$



Вычислим ординаты эпюр Q_{II} и M_{II} :

$$Q_{II} = V_A - q_1 \cdot x_2 \rightarrow \begin{cases} x_2 = 3,2 \text{ м} & Q_{II} = 11,94 \text{ т} \\ x_2 = 9,6 \text{ м} & Q_{II} = -7,24 \text{ т} \end{cases}$$

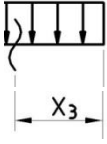
$$M_{II} = M + V_A \cdot x_2 - q_1 \cdot \frac{x_2^2}{2} \rightarrow \begin{cases} x_2 = 3,2 \text{ м} & M_{II} = 4 \text{ тм} \\ x_2 = 9,6 \text{ м} & M_{II} = 19,2 \text{ тм} \end{cases}$$

Находим экстремум:

$$Q_{II} = V_A - q_1 \cdot x_{ext} = 0 \rightarrow x_{ext} = \frac{V_A}{q_1} = 3,98 \text{ м}$$

$$M_{II}^{ext} = M + V_A \cdot x_{ext} - q_1 \cdot \frac{x_{ext}^2}{2} = 27,7 \text{ тм}$$

III участок $0\text{ м} \leq x_3 \leq 3,2\text{ м}$

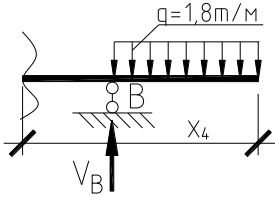


Вычислим ординаты эпор Q_{III} и M_{III} :

$$Q_{III} = q_2 \cdot x_3 \rightarrow \begin{cases} x_3 = 0 & Q_{III} = 0 \\ x_3 = 3,2\text{ м} & Q_{III} = 1,8 \cdot 3,2 = 5,12\text{ т} \end{cases}$$

$$M_{III} = -q_2 \cdot \frac{x_3^2}{2} \rightarrow \begin{cases} x_3 = 0 & M_{III} = 0 \\ x_3 = 3,2\text{ м} & M_{III} = -8,18\text{ тм} \end{cases}$$

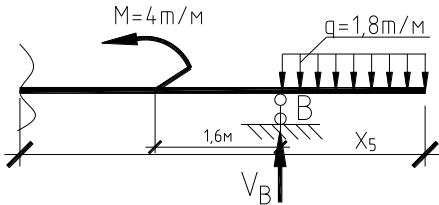
IV участок $1,6\text{ м} \leq x_4 \leq 4,8\text{ м}$



$$Q_{IV} = q_2 \cdot 3,2 - V_B = -7,24\text{ т}$$

$$M_{IV} = -q_2 \cdot \frac{(x_4 - 3,2)^2}{2} + V_B \cdot (x_4 - 3,2) \rightarrow \begin{cases} x_4 = 1,6\text{ м} & M_{IV} = -8,18\text{ тм} \\ x_4 = 4,8\text{ м} & M_{IV} = 3,4\text{ тм} \end{cases}$$

V участок $4,8\text{ м} \leq x_5 \leq 6,4\text{ м}$



$$Q_V = q_2 \cdot 3,2 - V_B = -7,24\text{ т}$$

$$M_V = -q_2 \cdot \frac{(x_5 - 1,6 - 3,2)^2}{2} + V_B \cdot (x_5 - 1,6 - 3,2) + M \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} x_5 = 4,8\text{ м} & M_{IV} = 7,4\text{ тм} \\ x_5 = 6,4\text{ м} & M_{IV} = 19,2\text{ тм} \end{cases}$$

Находим положение сечения с нулевым моментом:

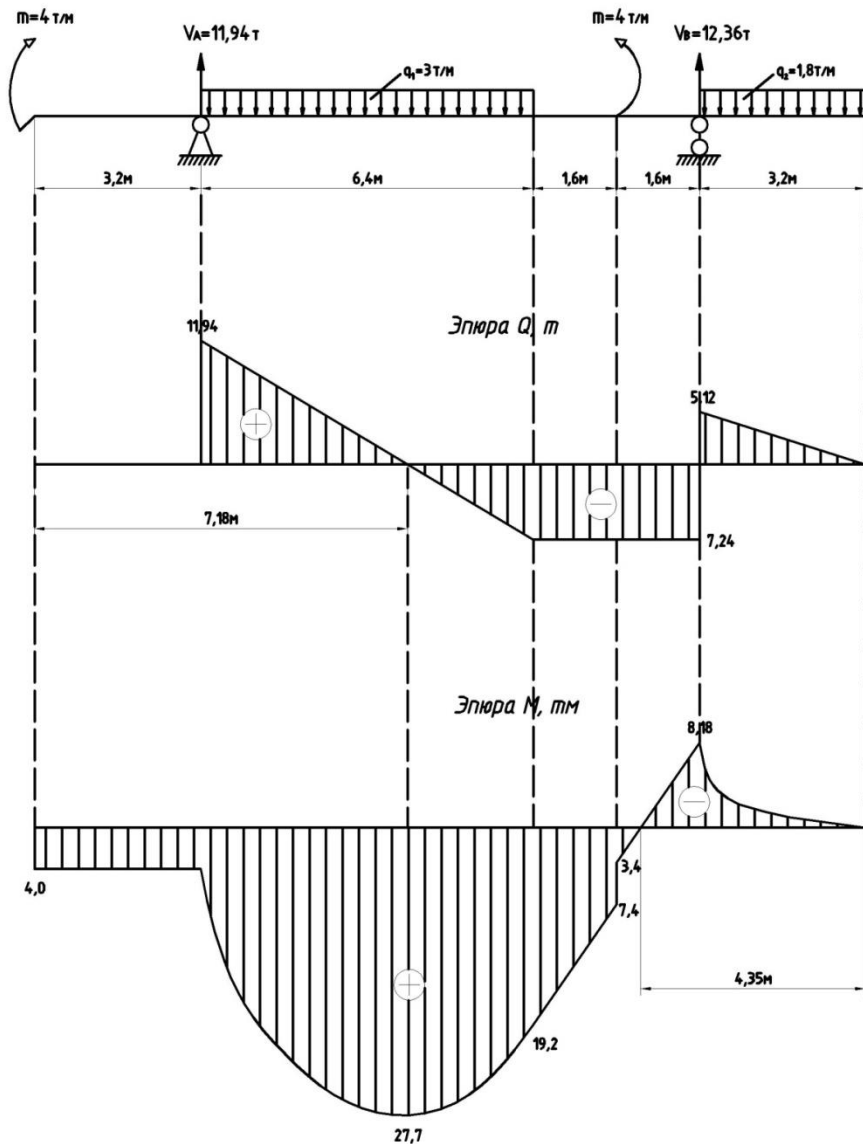
$$M_V = -q_2 \cdot \frac{(x_{5(0)} - 1,6 - 3,2)^2}{2} + V_B \cdot (x_{5(0)} - 1,6 - 3,2) + M = 0$$

$$-1,8 \cdot \frac{(x_{5(0)} - 1,6 - 3,2)^2}{2} + 12,36 \cdot (x_{5(0)} - 1,6 - 3,2) + 4 = 0$$

$$x_{5(0)} = 4,35\text{ м}$$

Показываем изогнутую ось балки.

По полученным значениям ординат строим эпоры Q_{II} и V в выбранном масштабе.



Подбираем сечение двутавровой балки по первому предельному состоянию

Максимальный изгибающий момент: $M_{MAX}=27,7\text{тм}$.

Вычислим требуемый момент сопротивления сечения:

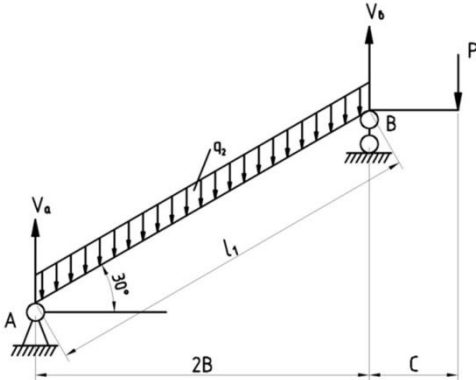
$$W_T = \frac{M_{MAX}}{mR} = \frac{27,7 \cdot 10^5}{1 \cdot 2100} = 1320\text{см}^3$$

По ГОСТу 8239-56 подбираем ближайший двутавр №50, $W_T = 1670\text{см}^3$.

Двутавр будет работать с недогрузкой в 19%.

Задача 7.

Построение эпюр M, Q, N для заданной наклонной рамы (схема 47).



Дано: $B=3\text{м}$, $c=1,6\text{м}$, $P=4\text{т}$, $q_2=1,6\text{т/м}$

Найдем длину наклонного участка рамы: $l_1 = \frac{2b}{\cos 30^\circ} = \frac{6}{0,866} = 6,94\text{м}$

Определим опорные реакции из условия статического равновесия. Для чего составляем суммы моментов относительно опор А и В. $\sum M_A = V_B \cdot 2B - q_2 \cdot 2B \cdot B - P_1 \cdot (c + 2B) = 0$,

$$V_B = \frac{q_2 \cdot 2B \cdot B + P_1 \cdot (c + 2B)}{2B} = 9,867\text{т}$$

$$\sum M_B = -V_A \cdot 2B + q_2 \cdot 2B \cdot B - P_1 \cdot c = 0$$

$$V_A = \frac{q_2 \cdot 2B \cdot B - P_1 \cdot c}{2B} = 3,733\text{т}$$

Проверка правильности определения опорных реакций:

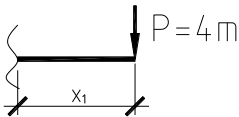
$$\sum Y = V_A - q_2 \cdot 2B + V_B - P_1 = 3,733 - 9,6 + 9,867 - 4 = 0$$

Горизонтальная опорная реакция

$$\sum X = H_A = 0 \rightarrow H_A = 0$$

Раму разбиваем на два грузовых участка : правый- горизонтальный и левый- наклонный.

I участок $0 \leq x_1 \leq 1,6\text{м}$



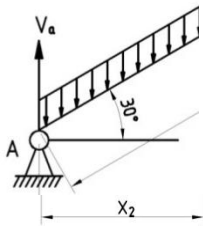
Вычислим ординаты эпюр Q_I , M_I и N_I :

$$Q_I = P = 4\text{т}$$

$$M_I = -P \cdot x_1 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 & M_I = 0 \\ x_1 = 1,6\text{м} & M_I = -6,4\text{тм} \end{cases}$$

$$N_I = 0$$

Пучасток $0 \leq x_2 \leq 6(\text{м})$ Расстояние до сечения измеряем вдоль горизонтальной оси



Вычислим ординаты эпюр Q_{II} и M_{II} :

$$Q_{II} = V_A \cdot \cos 30^\circ - q_2 \cdot x_2 \cdot \cos 30^\circ \rightarrow \begin{cases} x_2 = 0 & Q_{II} = 3,233\text{т} \\ x_2 = 6 & Q_{II} = -5,08\text{т} \end{cases}$$

$$M_{II} = V_A \cdot \cos 30^\circ \cdot x_2 - q_2 \cdot \frac{x_2^2}{2} \cdot \cos 30^\circ \rightarrow \begin{cases} x_2 = 0 & M_{II} = 0 \\ x_2 = 6 & M_{II} = -6,4\text{тм} \end{cases}$$

$$N_{II} = -V_A \cdot \sin 30^\circ - q_2 \cdot x_2 \cdot \sin 30^\circ \rightarrow \begin{cases} x_2 = 0 & N_{II} = -1,866\text{т} \\ x_2 = 6 & N_{II} = 2,933\text{т} \end{cases}$$

Находим экстремум: $Q_{II} = V_A \cdot \cos 30^\circ - q_2 \cdot x_{ext} \cdot \cos 30^\circ = 0 \rightarrow x_{ext} = \frac{V_A \cdot \cos 30^\circ}{q_2 \cdot \cos 30^\circ} = 2,33\text{м}$

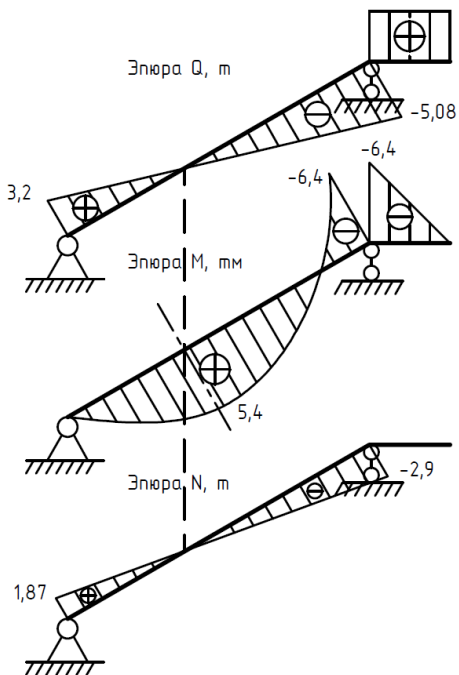
$$M_{II}^{ext} = V_A \cdot \cos 30^\circ \cdot x_{ext} - q_2 \cdot \frac{x_{ext}^2}{2} \cdot \cos 30^\circ = 5,4\text{тм}$$

Находим положение сечения, где $M=0$ $M_{II} = V_A \cdot \cos 30^\circ \cdot x_{2(0)} - q_2 \cdot \frac{x_{2(0)}^2}{2} \cdot \cos 30^\circ = 0$

$$x_{2(0)} = \frac{2V_A}{q_2} = 4,667\text{м}$$

По полученным значениям строим эпюры M, Q, N .

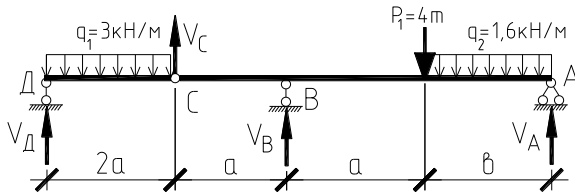
4,0



Задача 8.

Построение эпюр M, Q для двухпролетной балки с промежуточным шарниром (схема 54).

Дано: $a=3,2\text{м}$, $b=3\text{м}$, $q_1=3\text{т/м}$, $P_1=4\text{т}$, $q_2=1,6\text{т/м}$.



Заданная балка имеет три опоры, из которых одна – шарнирно - неподвижная, а две других – шарнирно – подвижные. Следовательно, общее число неизвестных при определении опорных реакций будет равно $2+1+1=4$.

Для их определения можно составить три уравнения статики и одно дополнительное, которое получается из условия, что изгибающий момент в каждом промежуточном шарнире равен нулю. В нашем случае $M_C=0$.

Таким образом, для определения 4-х неизвестных имеется четыре уравнения, т.е. балка статически определима.

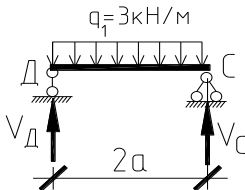
Определяем опорные реакции.

Заданная балка имеет основную несущую часть ABC и подвесную (вспомогательную) CD, шарнирно опирающуюся на основную.

Поэтому рекомендуется всегда начинать определять опорные реакции и строить эпюры M, Q со вспомогательной части балки CD.

Расчет подвешенного элемента балки - CD.

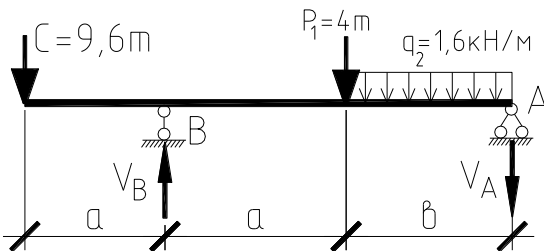
Изображаем отдельно часть балки CD и находим опорные реакции.



Так как эта часть симметрична, то $V_D = V_C = \frac{q_1 \cdot 2a}{2} = 3 \cdot 3,2 = 9,6\text{т}$

Расчет главного элемента - ABC.

Изображаем отдельно несущую часть балки и учитываем влияние нагрузки от вспомогательной балки $C = -V_C = -9,6\text{т}$.



$$\sum M_A = C \cdot (2a + b) - V_B \cdot (a + b) + P_1 \cdot b - q_2 \cdot \frac{b^2}{2} = 0,$$

$$V_B = \frac{C \cdot (2a + b) + P_1 \cdot b - q_2 \cdot \frac{b^2}{2}}{a + b} = 17,7 \text{ т}$$

$$\sum M_B = -V_A \cdot (a + b) + q_2 \cdot b \cdot \left(a + \frac{b}{2}\right) - C \cdot a + P_1 \cdot a = 0$$

$$V_A = \frac{q_2 \cdot b \cdot \left(a + \frac{b}{2}\right) - C \cdot a + P_1 \cdot a}{a + b} = 0,7 \text{ т}$$

Проверка правильности определения опорных реакций:

$$\sum Y = -C - V_A - q_2 \cdot b + V_B - P_1 = -9,6 + 17,7 - 4 - 1,6 \cdot 3 - 0,7 = 0$$

Для проверки правильности определения всех реакций в балке составляем уравнение проекций всех сил на вертикальную ось для всей балки:

$$\sum Y = -V_A - q_2 \cdot b + V_B - P_1 + V_D - q_1 \cdot 2a = 9,6 - 3 \cdot 6,4 + 17,7 - 4 - 1,6 \cdot 3 - 0,7 = 0$$

Определяем величину и знак изгибающего момента для характеристики сечений балки и строим эпюры M, Q. Характерными точками для эпюры изгибающих моментов в балке являются точки над опорами и точки, в которых приложены сосредоточенные силы. Изгибающие моменты над опорами и в промежуточном шарнире будут: $M_A = 0$

$$M_B = V_A \cdot (a + b) - P_1 \cdot a - q_2 \cdot b \cdot \left(a + \frac{b}{2}\right) = 0,7 \cdot 6,2 - 4 \cdot 3,2 - 1,6 \cdot 3 \cdot 4,7 = -31 \text{ тм}$$

$$M_C = V_A \cdot (2a + b) - P_1 \cdot 2a - q_2 \cdot b \cdot \left(2a + \frac{b}{2}\right) + V_B \cdot a$$

$$= 0,7 \cdot 9,4 - 4 \cdot 6,4 - 1,6 \cdot 3 \cdot 7,9 + 17,7 \cdot 3,2 = 0 \text{ тм}$$

$$M_C = 0, M_D = 0$$

Изгибающие моменты в точках, где приложены сосредоточенные силы, будут:

$$M_{P_1} = V_A \cdot b - q_2 \cdot \frac{b^2}{2} = 0,7 \cdot 3 - 1,6 \cdot 4,5 = -5,1 \text{ тм}$$

Для пролетов, нагруженных равномерно – распределенной нагрузкой, третью характерную точку найдем из условия равенства нулю поперечной силы.

$$\text{В пролете ДС: } Q_I = V_D - q_1 \cdot x_1 = 0 \rightarrow x_{1(\text{max})} = \frac{V_D}{q_1} = \frac{9,6}{3} = 3,2 \text{ м}$$

$$\text{На участке АВ: } Q_{II} = -V_A + q_2 \cdot x_2 = 0 \rightarrow x_{2(\text{max})} = \frac{V_A}{q_2} = \frac{0,7}{1,6} = 0,44 \text{ м}$$

$$\text{Тогда } M_{\text{MAX}}^I = V_D \cdot x_{1(\text{max})} - q_1 \cdot \frac{x_{1(\text{max})}^2}{2} = 9,6 \cdot 3,2 - 3 \cdot \frac{3,2^2}{2} = 15,4 \text{ тм}$$

$$M_{\text{MAX}}^{II} = V_A \cdot x_{2(\text{max})} - q_2 \cdot \frac{x_{2(\text{max})}^2}{2} = 0,7 \cdot 0,44 + 1,6 \cdot \frac{0,44^2}{2} = 0,15 \text{ тм}$$

Определяем величину и знак поперечной силы для характерных сечений балки. Характерными сечениями балки являются сечения, расположенные бесконечно близко слева и справа от сосредоточенных сил и реакций:

$$Q_A^{\text{лев}} = -V_A = -0,7 \text{ т}$$

$$Q_{P_1}^{\text{прав}} = -V_A + q_2 \cdot b = -0,7 + 1,6 \cdot 3 = 4,1 \text{ т}$$

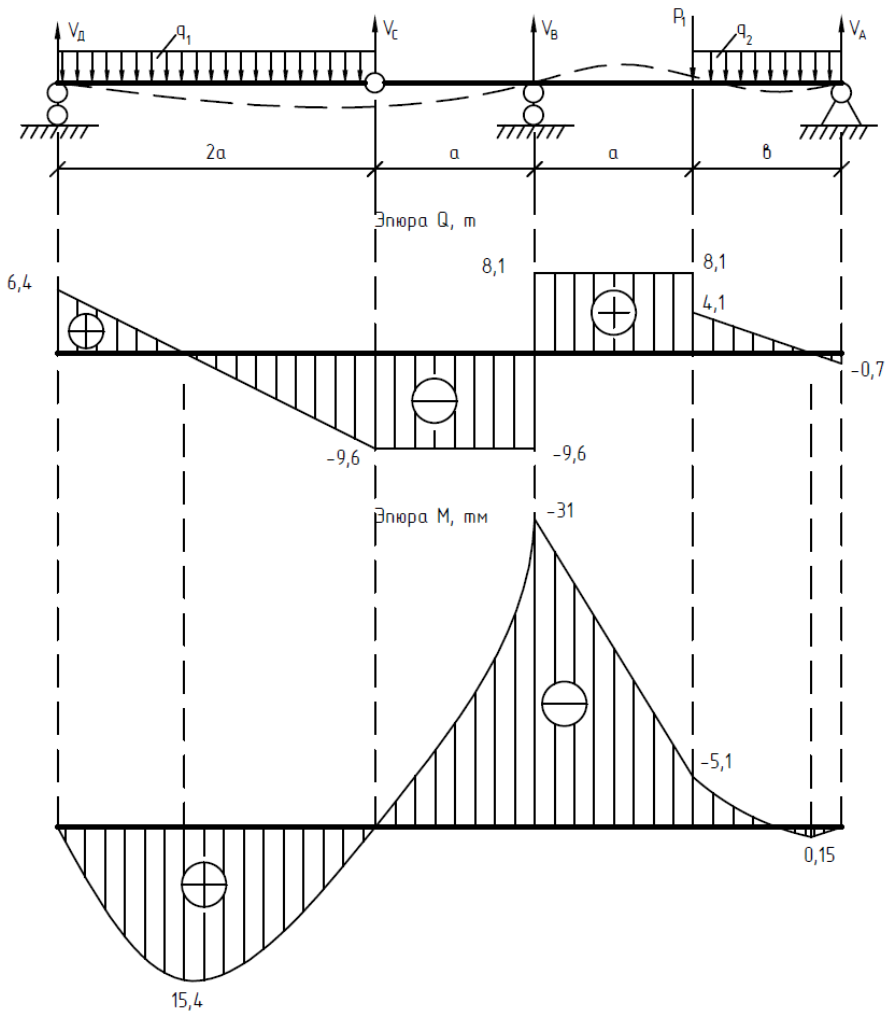
$$Q_{P_1}^{\text{лев}} = -V_A + q_2 \cdot b + P_1 = -0,7 + 1,6 \cdot 3 + 4 = 8,1 \text{ т}$$

$$Q_B^{\text{прав}} = -V_A + q_2 \cdot b + P_1 = 8,1 \text{ т}$$

$$Q_B^{\text{лев}} = -V_A + q_2 \cdot b + P_1 - V_B = 8,1 - 17,7 = -9,6 \text{ т}$$

$$Q_D^{\text{прав}} = -V_A + q_2 \cdot b + P_1 - V_B + q_1 \cdot 2a = -9,6 + 3 \cdot 2 \cdot 3,2 = 6,4 \text{ т}$$

По полученным значениям строим эпюры M, Q, показываем общий характер изогнутой оси балки.



Подбираем сечение двутавровой балки по первому предельному состоянию.

Максимальный изгибающий момент: $M_{MAX}=31\text{тм}$.

Вычислим требуемый момент сопротивления сечения:

$$W_T = \frac{M_{MAX}}{mR} = \frac{31 \cdot 10^5}{1 \cdot 2100} = 1480\text{см}^3$$

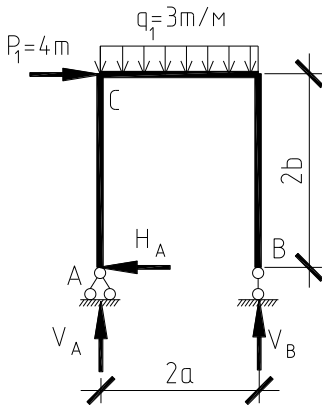
По ГОСТу 8239-56 подбираем ближайший двутавр №50, $W_T = 1670\text{см}^3$.

Балка будет работать с недогрузкой в 6,1%.

Задача 9.

Построение эпюр M , Q , N для заданной плоской статически определимой рамы (схема 57).

Дано: $a=3,2\text{м}$, $b=3\text{м}$, $P_1=4\text{т}$, $q_1=3\text{т/м}$



Решение.

1. Определяем опорные реакции из условия статического равновесия рамы:

$$\sum M_A = -V_B \cdot 2a + P_1 \cdot 2b + q_1 \cdot 2a^2 = 0, \quad V_B = \frac{P_1 \cdot 2b + q_1 \cdot 2a^2}{2a} = 13,38\text{т}$$

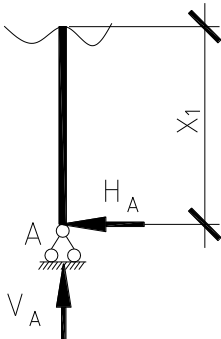
$$\sum M_B = V_A \cdot 2a - q_1 \cdot 2a^2 + P_1 \cdot 2b = 0 \quad V_A = \frac{q_1 \cdot 2a^2 - P_1 \cdot 2b}{2a} = 5,82\text{т} \quad H_A = P_1 = 4\text{т}$$

Делаем проверку правильности определения V_A и V_B .

$$\sum y = V_A - q_1 \cdot 2a + V_B = 5,82 - 19,2 + 13,38 = 0$$

2. Определение внутренних усилий в поперечных сечениях стержней плоской рамы. Раму разбиваем на три расчетных участка. На каждом участке ось X направляем вдоль оси стержня, ось Y – перпендикулярно к ней.

I участок $0 \leq x_1 \leq 6\text{м}$



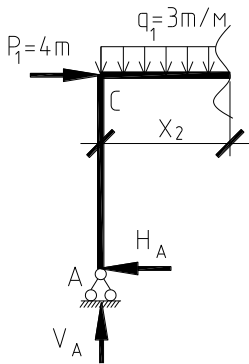
Вычислим ординаты эпюр Q_I и M_I , N_I :

$$Q_I = H_A = 4\text{т}$$

$$M_I = H_A \cdot x_1 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 & M_I = 0 \\ x_1 = 6\text{м} & M_I = 24\text{тм} \end{cases}$$

$$N_I = -V_A = -5,82\text{т}$$

II участок $0 \leq x_2 \leq 6,4\text{м}$



Вычислим ординаты эпор Q_{II} и M_{II} :

$$Q_{II} = V_A - q_1 \cdot x_2 \rightarrow \begin{cases} x_2 = 0 & Q_{II} = 5,82\text{т} \\ x_2 = 6,4\text{м} & Q_{II} = 5,82 - 3 \cdot 6,4 = -13,38\text{т} \end{cases}$$

$$M_{II} = V_A \cdot x_2 - q_1 \cdot \frac{x_2^2}{2} + H_A \cdot 2b \rightarrow \begin{cases} x_2 = 0 & M_{II} = 24\text{тм} \\ x_2 = 6,4\text{м} & M_{II} = 0 \end{cases}$$

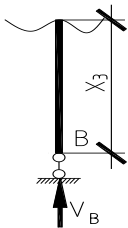
$$N_{II} = -P_1 + H_A = 0$$

Находим экстремум:

$$Q_{II} = V_A - q_1 \cdot x_{ext} = 0 \rightarrow x_{ext} = \frac{V_A}{q_1} = 1,94\text{м}$$

$$M_{II}^{ext} = V_A \cdot x_{ext} - q_1 \cdot \frac{x_{ext}^2}{2} + H_A \cdot 2b = 29,7\text{тм}$$

III участок $0 \leq x_3 \leq 6\text{м}$



Вычислим ординаты эпор Q_{III} и M_{III} :

$$Q_{III} = 0$$

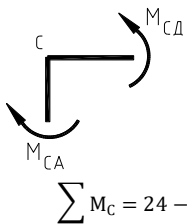
$$M_{III} = 0$$

$$N_{III} = -V_B = -13,38\text{т}$$

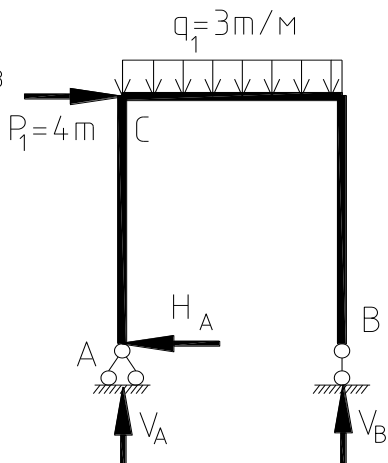
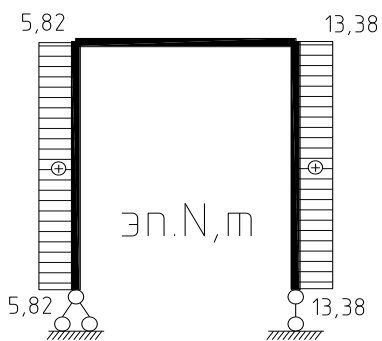
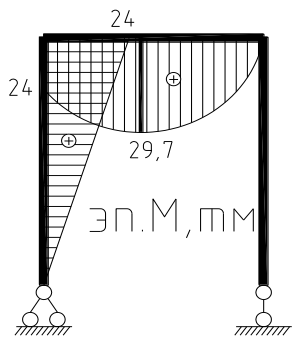
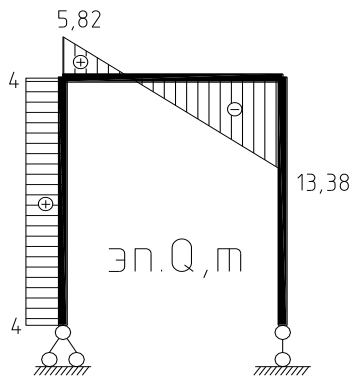
По числовым значениям строим эпюры M , Q , N в характерных сечениях на границе участков M , Q , N .

Проверка правильности построения эпор.

Равновесие узла C .



$$\sum M_C = 24 - 24 = 0$$

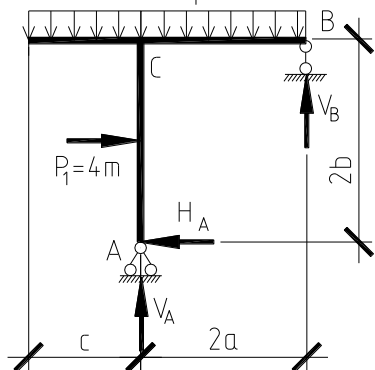


Задача 10.

Построение эпюр M, Q, N для заданной плоской статически определимой рамы (схема 68).

Дано: $a=3,2\text{м}$, $b=3\text{м}$, $P_1=4\text{т}$, $c=1,6\text{м}$, $q_1=3\text{т/м}$, $P_1=4\text{т}$.

$q_1=3\text{т/м}$



Решение.

1. Определяем опорные реакции из условия статического равновесия рамы:

$$\sum M_A = -V_B \cdot 2a + P_1 \cdot b + q_1 \cdot 2a^2 - q_1 \cdot \frac{c^2}{2} = 0, \quad V_B = \frac{P_1 \cdot b + q_1 \cdot 2a^2 - q_1 \cdot \frac{c^2}{2}}{2a} = 10,9 \text{ т}$$

$$\sum M_B = V_A \cdot 2a - q_1 \cdot \frac{(2a+c)^2}{2} - P_1 \cdot b + H_A \cdot 2b = 0$$

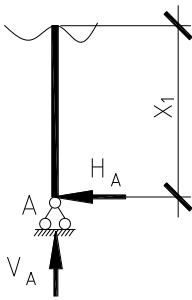
$$V_A = \frac{-q_1 \cdot \frac{(2a+c)^2}{2} + P_1 \cdot b - H_A \cdot 2b}{2a} = 13,1 \text{ т} \quad H_A = P_1 = 4 \text{ т}$$

Делаем проверку правильности определения V_A и V_B .

$$\sum y = V_A - q_1 \cdot (2a + c) + V_B = 13,1 - 24 + 10,9 = 0$$

2. Определяем внутренние усилия в поперечных сечениях стержней рамы. Раму разбиваем на 4 участка. На каждом участке ось X направлена вдоль оси стержня, ось Y – перпендикулярно к ней.

I участок $0 \leq x_1 \leq 3 \text{ м}$



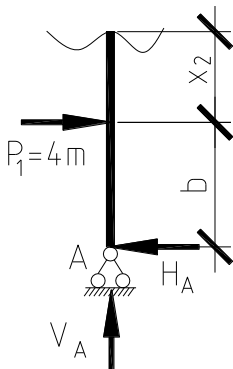
Вычислим ординаты эпюр Q_I и M_I, N_I :

$$Q_I = H_A = 4 \text{ т}$$

$$M_I = H_A \cdot x_1 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 & M_I = 0 \\ x_1 = 3 \text{ м} & M_I = 12 \text{ тм} \end{cases}$$

$$N_I = -V_A = -13,1 \text{ т}$$

II участок $0 \leq x_2 \leq 3 \text{ м}$



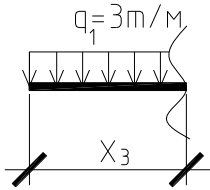
Вычислим ординаты эпюр Q_{II} и M_{II}, N_{II}

$$Q_{II} = H_A - P = 0$$

$$M_{II} = H_A \cdot b - P_1 \cdot x_2 + H_A \cdot x_2 \rightarrow \begin{cases} x_2 = 0 & M_{II} = 12 \text{ тм} \\ x_2 = 3 \text{ м} & M_{II} = 12 \text{ тм} \end{cases}$$

$$N_{II} = -V_A = -13,1 \text{ т}$$

III участок $0 \leq x_3 \leq 1,6\text{м}$

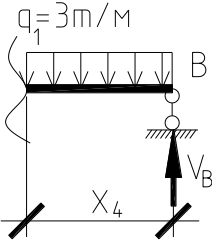


Вычислим ординаты эпор Q_{III} и M_{III} , N_{III}

$$Q_{III} = -q_1 \cdot x_3 \rightarrow \begin{cases} x_3 = 0 & Q_{III} = 0 \\ x_3 = 1,6\text{м} & Q_{III} = -4,8\text{Т} \end{cases}$$

$$M_{III} = -q_1 \cdot \frac{x_3^2}{2} \rightarrow \begin{cases} x_3 = 0 & M_{III} = 0 \\ x_3 = 1,6\text{м} & M_{III} = -3,84\text{ТМ} \\ N_{III} = 0 \end{cases}$$

IV участок $0 \leq x_4 \leq 6,4\text{м}$



Вычислим ординаты эпор Q_{IV} и M_{IV} , N_{IV}

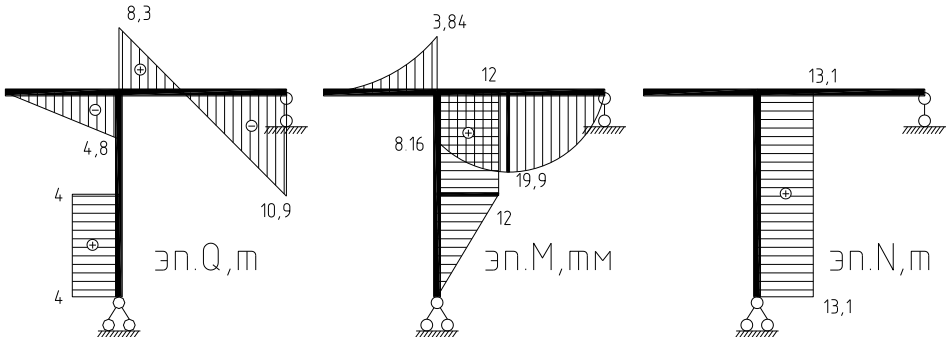
$$Q_{IV} = q_4 \cdot x_4 - V_B \rightarrow \begin{cases} x_4 = 0 & Q_{III} = -10,9\text{Т} \\ x_4 = 1,6\text{м} & Q_{III} = 8,3\text{Т} \end{cases}$$

$$M_{IV} = -q_1 \cdot \frac{x_4^2}{2} + V_B \cdot x_4 \rightarrow \begin{cases} x_4 = 0 & M_{III} = 0 \\ x_4 = 1,6\text{м} & M_{III} = 8,16\text{ТМ} \end{cases} \quad N_{IV} = 0$$

Находим экстремум: $Q_{IV} = q_4 \cdot x_{ext} - V_B = 0 \rightarrow x_{ext} = \frac{V_B}{q_4} = 3,64\text{м}$

$$M_{IV}^{ext} = -q_1 \cdot \frac{x_{ext}^2}{2} + V_B \cdot x_{ext} = 19,9\text{ТМ}$$

По числовым значениям строим эпоры M , Q , N в характерных сечениях на границе участков M , Q , N .



Приложение 1. «Исходные данные и схемы»

Для балок и рам по заданию, имеющих соответствующие расчетные схемы и при числовых размерах по строке таблицы нагрузок и геометрических размеров балок требуется:

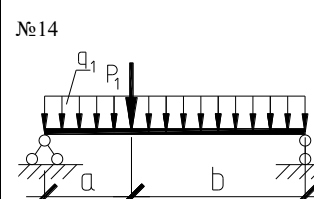
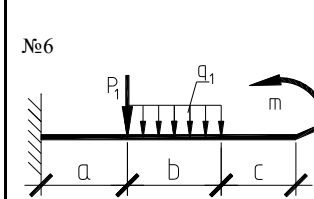
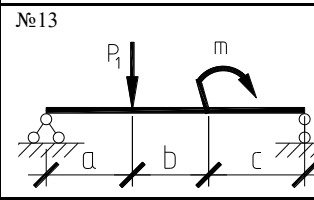
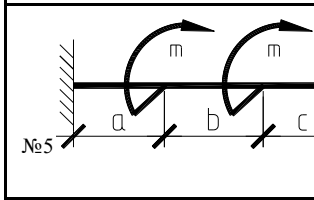
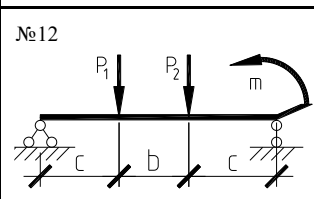
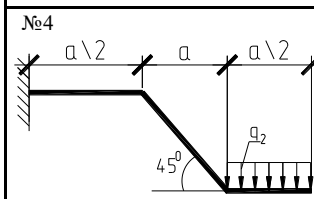
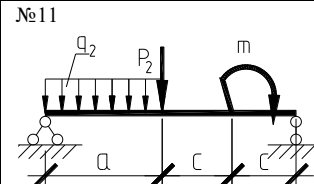
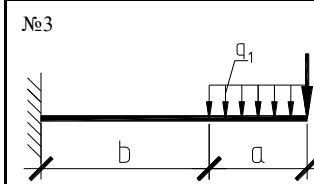
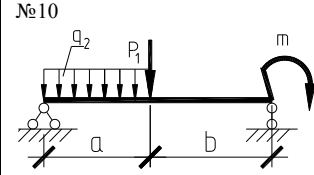
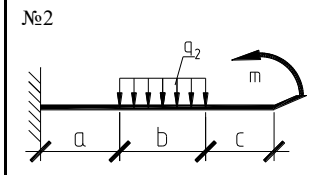
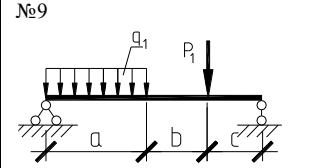
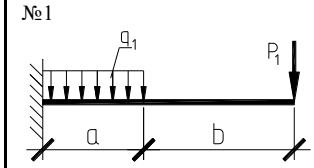
1. Определить опорные реакции и построить эпюры поперечных сил, изгибающих моментов и нормальных сил.
2. Вычислить ординаты поперечных сил, изгибающих моментов и нормальных сил во всех характерных точках. Q, M, N
3. Вычертить в масштабе схемы балок и рам и эпюры Q, M, N .
4. Для всех балок, имеющих горизонтальную ось, подобрать сечение балки из стального двутавра .

Нагрузки и геометрические размеры

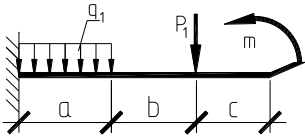
№ группы	a, (м)	b, (м)	c, (м)	P ₁ , (кН)	P ₂ , (кН)	q ₁ , (кН\м)	q ₂ , (кН\м)	m, (кНм)
1	3	2	1	25	20	10	12	35
2	2	2,5	1,5	30	25	6	10	40
3	3	2	2	40	30	8	8	45
4	2,5	1,5	1	30	25	12	10	25
5	2	2,5	1,5	35	20	14	8	35
6	2,5	3	1,5	25	35	14	6	25
7	2	2,5	1	15	30	6	12	40
8	3,5	3,0	1,5	40	30	8	10	40
9	2	2,5	1,5	10	25	12	8	35

Номера схем задач по вариантам

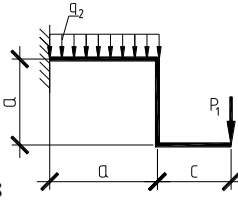
Вариант	Номера задач							
1	1	10	19	28	37	46	22	39
2	2	11	20	29	38	47	23	40
3	3	12	21	30	39	16	24	41
4	4	13	22	31	40	19	25	42
5	5	14	23	32	41	18	26	43
6	6	15	24	33	42	8	27	44
7	7	16	25	34	43	20	28	45
8	8	17	26	35	44	22	29	46
9	9	18	27	36	45	21	30	47



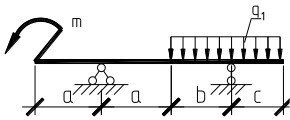
№7



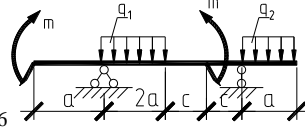
№8



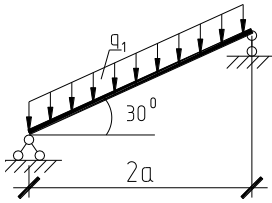
№15



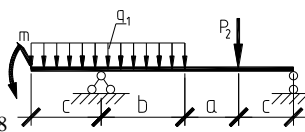
№16



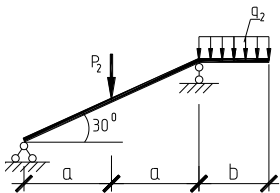
№17



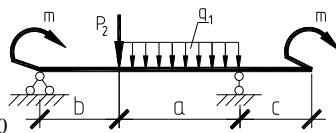
№18



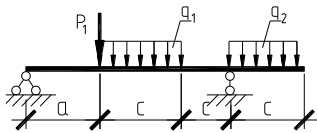
№19



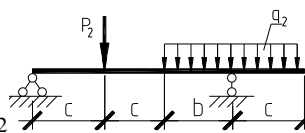
№20



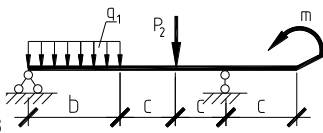
№21



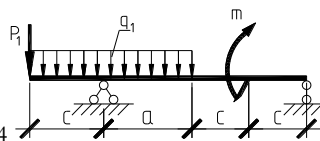
№22



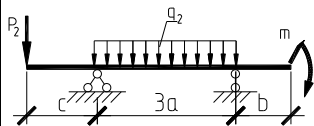
№23



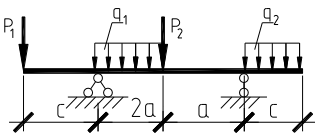
№24



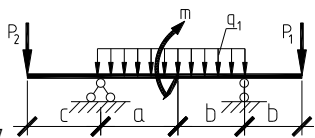
№25



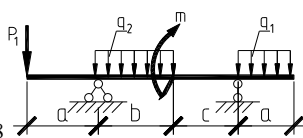
№26



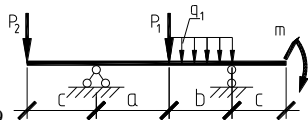
№27



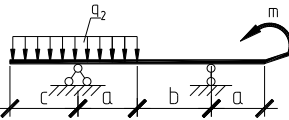
№28



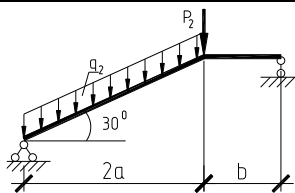
№29



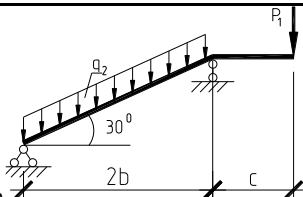
№30



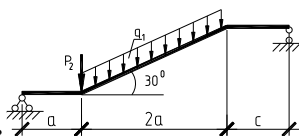
№31



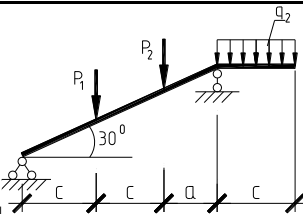
№32



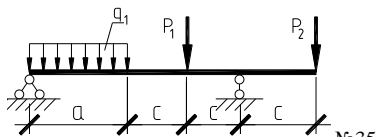
№33



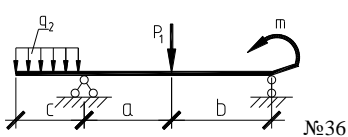
№34

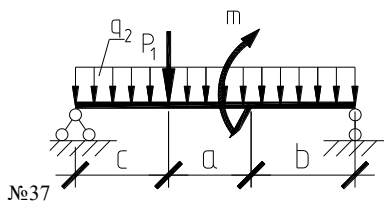


№35

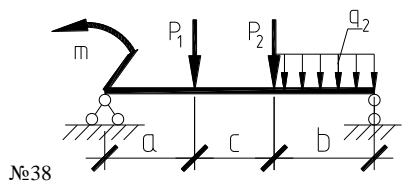


№36



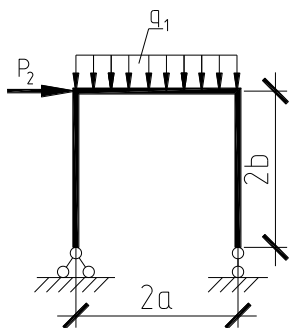


№37

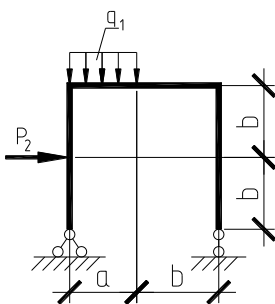


№38

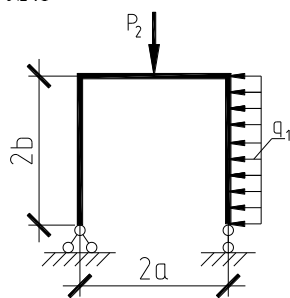
№39



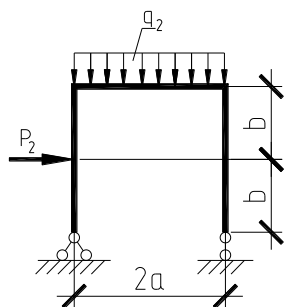
№40



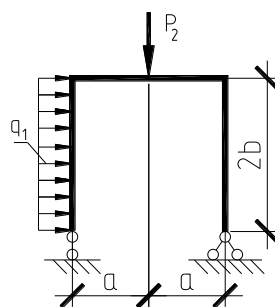
№41



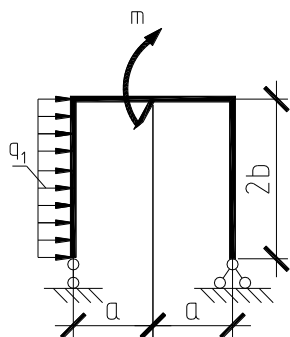
№42



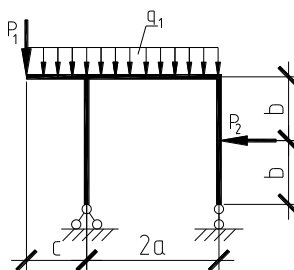
№43



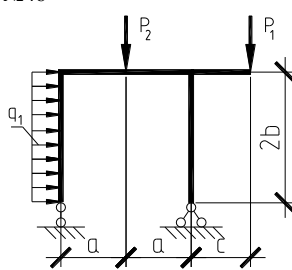
№44



№45



№46



№47

